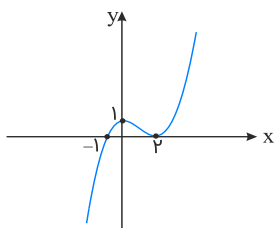


۱ در صورتی که ماکزیمم سهمی  $y = ax^2 + 2x + b$  بر مینیمم سهمی  $y = -(a+1)x^2 - 3x - \frac{b}{4}$  منطبق شود، مقدار  $b$  را به دست آورید.

۲ نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. به ازای چه مقادیری از  $k$  معادله  $|f(x)| = k - 1$ ، ۴ ریشه حقیقی دارد؟



۳ معادله  $x + \frac{2x+4}{x-2} = \frac{2x^2}{x-2}$  را حل کنید.

۴ محیط مستطیلی ۳۲ متر است. اندازه یکی از اضلاع آن را  $x$  و مساحت آن را با  $S$  نشان می‌دهیم. به ازای چه مقداری از  $x$ ، مساحت مستطیل ماکزیمم می‌شود؟

۵ ریشه‌های معادله  $9 = 5|x| + 2|x-1|$  را به دست آورید.

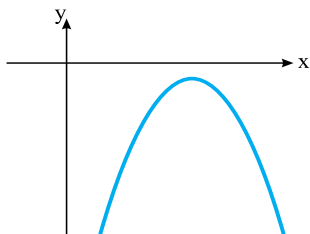
۶ به ازای چه مقادیری از  $a$ ، معادله  $|5x-1| + |9a-3| = 4$  جواب ندارد؟

۷ اگر فاصله دو خط موازی  $y = ax + b$  و  $y = 5x + 1$  برابر با  $\frac{\sqrt{26}}{13}$  باشد،  $a$  و  $b$  را بیابید.

۸ نمودار تابع  $y = |x-2|$  را سه واحد به راست و چهار واحد به پایین انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، محور عرض‌ها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

۹ مثلث  $ABC$  با رئوس  $A(1, 7)$ ،  $B(3, 1)$  و  $C(7, 9)$  را در نظر بگیرید. اندازه میانه  $BM$  را به دست آورید.

۱۰ شکل زیر نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  می‌باشد، علامت ضرایب  $b$  و  $c$  را تعیین کنید.

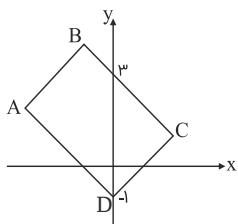


۱۱ حداقل چند جمله از دنباله هندسی  $1, 4, 16, \dots$  را جمع کنیم تا حاصل از ۵۰۰ بیشتر شود؟

۱۲ مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند، چقدر می‌شود؟

۱۳ در یک دنباله هندسی مجموع شش جمله اول  $\frac{5}{4}$  برابر مجموع سه جمله اول آن دنباله است. قدر نسبت را بیابید.

در مستطیل زیر اگر طول نقطه C برابر ۲ باشد، عرض آن را به دست آورید.



به سؤالات زیر پاسخ دهید.

اگر  $f(x) = \sqrt{1-x}$  و  $g(x) = x^2 - 3$  باشد، دامنه  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ابتدا مشخص کنید کدامیک از توابع زیر یک‌به‌یک است، سپس ضابطه وارون آن را بنویسید.

الف)  $f(x) = (x - 3)^2 \quad x \geq 0$

ب)  $g(x) = |x - 1| + 2 \quad x \geq 1$

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

برای هر دو تابع، اگر دامنه‌ها باهم برابر و بردها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابر ..... (هستند، نیستند)

نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را بنویسید. ( [ ] نماد جزءصحيح است.)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & ; -2 \leq x < 0 \\ [x] & ; 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

مقدار  $f(-\frac{2}{3}) + f(\sqrt{2})$  را در تابع  $f(x) = [x] + [x^2]$  به دست آورید.

$f$  تابعی یک‌به‌یک و  $f^{-1}$  معکوس  $f$  می‌باشد. معکوس تابع  $g(x) = \frac{2}{2+f(x)}$  را حساب کنید.

در تابع  $f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ y = 2x - 2 \end{cases}$  اگر اعضای برد  $B: \{0, 2\}$  باشند؛ اعضای دامنه را بیابید و نمودار ون (پیکانی) آن را رسم کنید.

دو تابع  $f(x) = \sqrt{3-2x}$  و  $g(x) = \frac{6}{3x-5}$  را در نظر بگیرید. دامنه تابع  $(f \circ g)(x)$  را به کمک تعریف به دست آورید.

تابع  $f$  با مشخصات زیر مفروض است:

الف)  $f(-5) = -2, f(3) = 3$

ب)  $D_f = \mathbb{R}$

ج) در بازه  $[0, 3]$  ثابت است.

د) تابع  $f$  به هر عدد بزرگ‌تر از ۳ مربع آن را نسبت می‌دهد.

ه) روی اعداد منفی، تابع، خطی است و نمودار آن محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول  $-4$  قطع می‌کند.

شکل تابع را رسم کنید و برد آن را تعیین نمایید.

نمودار این تابع، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

یک توده باکتری را در یک آزمایشگاه کشت می‌دهیم. اگر زمان طول کشیدن برای ۳ برابر شدن آن ۱ ساعت باشد و با یک نمونه توده یک گرم آغاز کرده باشیم بررسی کنید باکتری در  $t = 5$  چند گرم است؟

پس از چند ساعت جرم باکتری‌ها ۸۱ گرم خواهد شد؟

۲۵ نمودار تابع نمایی  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۲۶ معادله نمایی  $3^{2x-1} = \frac{1}{27}$  را حل کنید.

۲۷ نمودار مختصاتی تابع نمایی  $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$  را رسم کنید.

معادلات نمایی و لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$3^{x-2} = \frac{1}{27^x}$$

۲۸

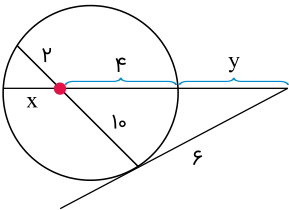
معادلات زیر را حل کنید.

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} = 3^{2^{1-x}}$$

۲۹

## هندسه

۳۰ با توجه به شکل زیر، مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.



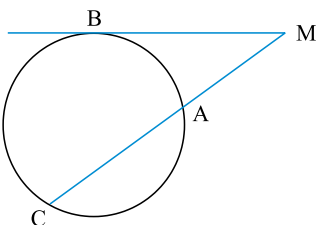
۳۱ روش رسم هشت ضلعی منتظم محاط در یک دایره را بنویسید سپس درستی روش رسم را استدلال نمایید.

۳۲ مثلث  $ABC$  را با طول اضلاع  $AB = 6$ ،  $AC = 4$  و  $BC = 8$  در نظر بگیرید.

الف دایره محاطی مثلث بر ضلع های  $AC$  و  $AB$  به ترتیب در  $M$  و  $N$  مماس است، حاصل  $AM + AN$  را بیابید.

ب دایره محاطی خارجی مثلث بر ضلع  $BC$  و امتداد  $AC$  و  $AB$  به ترتیب در  $T$  و  $T'$  مماس است، حاصل  $AT + AT'$  را بیابید.

۳۳ در شکل روبه رو ثابت کنید:  $\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$



به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۳۴ هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است. (درست - نادرست)

۳۵ طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع‌های  $R$  و  $R'$  برابر  $2\sqrt{R+R'}$  است. (درست - نادرست)

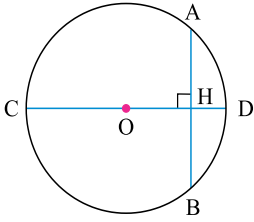
۳۶ اندازه هر زاویه ظلی برابر است با ..... اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه.

۳۷ اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل  $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$  برابر ..... است.

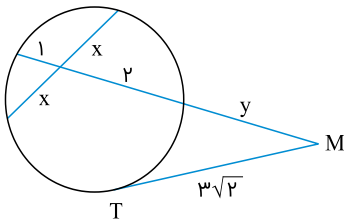
۳۸ ثابت کنید هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه  $AB$  و  $CD$  در نقطه‌ای مانند  $M$  (بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند، آن‌گاه:

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$

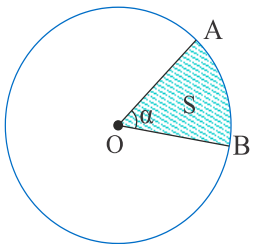
۳۹ در شکل زیر وتر  $AB$  بر قطر  $CD$  عمود است. ثابت کنید قطر  $CD$  وتر  $AB$  و کمان  $AB$  را نصف می‌کند.



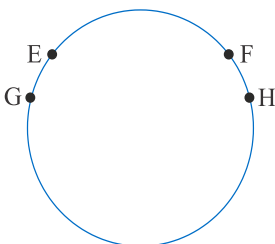
۴۰ در شکل زیر  $MT$  به طول  $3\sqrt{2}$  مماس بر دایره است. مقادیر عددی  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



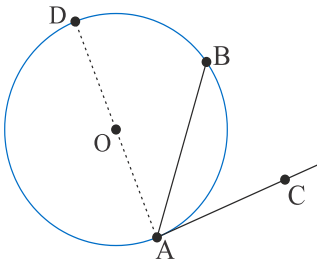
۴۱ اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره  $C(O, R)$  بر حسب درجه مساوی با  $\alpha$  باشد، نشان دهید طول کمان  $AB$  برابر است با  $L = \frac{\pi R}{180} \alpha$  و مساحت قطاع برابر است با:  $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$



۴۲ در شکل زیر کمان‌های  $EG$  و  $FH$  هم‌اندازه‌اند. وترهای  $EF$  و  $GH$  و پاره‌خط  $EH$  را رسم کنید. زوایای  $F EH$  و  $E HG$  نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟



۴۳ زاویه ظلی  $C \hat{A} B$  را در نظر بگیرید و قطری از دایره را رسم کرده‌ایم که شامل نقطه  $A$  است. جاهای خالی را کامل کنید.



$\widehat{DAC} = \dots$  درجه

$$\widehat{DAC} = \frac{1}{\nu} \widehat{\dots}$$

$$\widehat{DAB} = \frac{1}{\nu} \widehat{\dots}$$

$$\widehat{DAC} - \widehat{DAB} = \frac{1}{\nu} (\widehat{\dots} - \widehat{\dots})$$

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{\nu} \widehat{\dots}$$

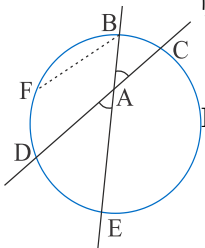
الف

ب

پ

رأس زاوية DAE مانند شکل در درون دایره است و اضلاع این زاویه کمان‌های BC و DE را مشخص کرده‌اند.

از نقطه B خطی موازی با خط DC رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقطه‌ای مانند F قطع کند. علت هر کدام از تساوی‌های زیر را مشخص کنید:

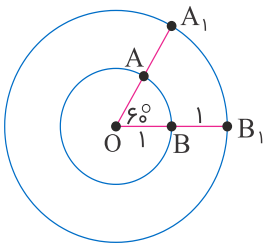


$$\widehat{DAE} = \widehat{FBE} = \frac{1}{\nu} \widehat{FE} = \frac{1}{\nu} (\widehat{FD} + \widehat{DE}) = \frac{1}{\nu} (\widehat{BC} + \widehat{DE})$$

۴۴

شکل زیر را در نظر بگیرید.

۴۵



$\widehat{AB} = \dots$  درجه

$\widehat{AB}$  طول = ...

$\widehat{A_1B_1} = \dots$  درجه

$\widehat{A_1B_1}$  طول = ...

باتوجه به شکل، اندازه و طول کمان‌های زیر را بنویسید.

الف

باتوجه به اینکه محیط دایره یک کمان به اندازه  $360^\circ$  است، تساوی زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{360} = \frac{\text{اندازه کمان } AB}{\text{محیط دایره}}$$

برای کمان  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{A_1B_1}$  تساوی بالا را کامل کنید.

نقطه  $A'$  تصویر نقطه  $A$  در بازتاب نسبت به خط  $L$  است. اگر  $AA' = 8$  و نقطه  $O$  روی خط  $L$  و  $OA = 5$  باشد، فاصله  $A$  از خط  $OA'$  چقدر است؟

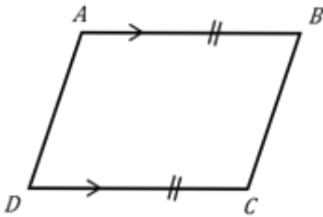
۴۶

معادله تصویر خط  $y = x + 5$  را تحت بازتاب نسبت به خط  $y = -x$  به دست آورده سپس آن را رسم کنید.

۴۷

در چهارضلعی  $ABCD$  اگر  $AB \parallel DC$  و  $AB = DC$ ، با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید:  $AD \parallel BC$  و  $AD = BC$ .

۴۸



اگر  $A(0, 3)$  و  $B(-2, -5)$  بازتاب یافته یکدیگر نسبت به خط  $d$  باشند، معادله خط  $d$  را پیدا کنید.

۴۹

ثابت کنید در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابر است.

۵۰

نقطه  $A$  به فاصله  $2\sqrt{6}$  از خط  $d$  قرار دارد. تصویر نقطه  $A$  در تحت بازتاب نسبت به خط  $d$ ، نقطه  $A'$  می‌نامیم. نقطه  $A$  را حول نقطه  $A'$  به اندازه  $120^\circ$  درجه دوران می‌دهیم تا نقطه  $A''$  حاصل شود. طول پاره خط  $AA''$  را محاسبه کنید.

۵۱

ثابت کنید دوران یافته پاره خط  $AB$  تحت دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $\alpha$  پاره خطی برابر با پاره خط  $AB$  است. (سؤال را برای حالتی حل کنید که مرکز دوران (نقطه  $O$ ) بر پاره خط  $AB$  یا امتداد آن واقع نباشد و زاویه دوران از زاویه  $AOB$  بیشتر باشد.)

۵۲

تحت یک تجانس به مرکز  $O(x_0, y_0)$ ، نقطه  $A'(3, -4)$  تصویر نقطه  $A(-1, 4)$  و نقطه  $B'(-1, -2)$  تصویر نقطه  $B(3, 2)$  است. حاصل تبدیل تجانس به مرکز  $O$  و به نسبت  $k$  را تعریف کرده و یک مورد از ویژگی‌های آن را بنویسید.

۵۳

تبدیل تجانس به مرکز  $O$  و به نسبت  $k$  را تعریف کرده و یک مورد از ویژگی‌های آن را بنویسید.

۵۴

به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

در چه شرایطی تجانس تبدیل همانی است؟

۵۵

## آمار و احتمال

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشد، نشان دهید:  $p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv p \Rightarrow q$

۵۶

به کمک جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:  $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv q$

۵۷

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، با استفاده از جبر گزاره‌ها نشان دهید:  $(p \wedge q) \Rightarrow [(\sim p \vee q) \Rightarrow p] \equiv T$

۵۸

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \wedge p \equiv p$

۵۹

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه با مرجع  $U$  باشند، با استفاده از جبر مجموعه‌ها عبارت  $(A - B) \cup (A \cap B)$  را تا حد امکان ساده کنید.

۶۰

۶۱ اگر مجموعه‌های  $A$  و  $B$  به صورت  $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 \leq 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} | |x| \leq 2\}$  باشند، نمودار  $B \times A$  را رسم کنید.

۶۲ طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف  $(A \cap B) \cup [(B \cup C) \cap ((B \cup A) \cap B)]$

ب  $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$

۶۳ متمم مجموعه  $[(A - B) - A] - B'$  را به دست آورید.

۶۴ اعضای دو مجموعه  $A$  و  $B$  را مشخص کرده و سپس اعضای  $B \times A$  را محاسبه کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 \leq 15\}$$

$$B = \{3^k | |k| \leq 1, k \in \mathbb{Z}\}$$

۶۵ اگر  $A = \{2x - y, 7\}$  و  $B = \{x + 3, 1\}$  باشد و داشته باشیم  $A \times B = B \times A$ ؛ آنگاه مقادیر  $x$  و  $y$  را تعیین کنید.

۶۶ مجموعه‌های  $A = \{1, 3\}$  و  $B = \{-1, 0, 2\}$  مفروض‌اند:

الف  $(A \times B)$  را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید.

ب نمودار  $(A \times B)$  را رسم کنید.

۶۷ مجموعه‌های  $A = [-3, 2]$  و  $B = (-2, 1]$  را در نظر بگیرید. حاصل ضرب دکارتی  $B \times A$  را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۶۸ مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  را در نظر گرفته و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف این مجموعه چند افراز دو قسمتی دارد؟

ب این مجموعه چند افراز دارد؟

پ آیا  $\{a, b\}$  و  $\{c, e\}$  و  $\{b, e, f\}$  یک افراز برای این مجموعه محسوب می‌شود؟ چرا؟

۶۹ به چند حالت می‌توان ۱۲ نفر را به تیم‌های برابر بدون نام تقسیم کرد؟ (دقت کنید تیم‌ها می‌توانند تک‌نفره باشند و همه می‌توانند در یک تیم باشند).

با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید.

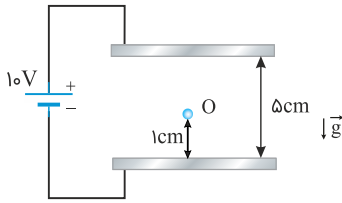
۷۰  $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$

۷۱  $A \cap (A \cup B) = A$

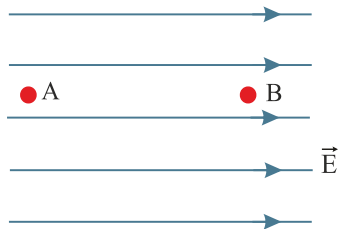
۷۲  $(x \subseteq A) \wedge (X \subseteq A') \Rightarrow x = \emptyset$

## فیزیک

۷۳ مطابق شکل زیر، ذرهٔ بارداری به جرم  $40 \text{ mg}$  و بار  $-8 \mu\text{C}$  را بین دو صفحهٔ رسانای متصل به باتری از نقطهٔ  $O$  رها می‌کنیم. تندی ذره هنگام اولین برخورد به یکی از صفحه‌های خازن، چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

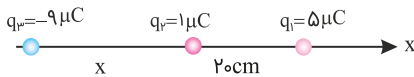


۷۴ مطابق شکل زیر، یک الکترون از نقطه A با تندی  $v$  در جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $E$ ، پرتاب شده و در نقطه B متوقف می‌شود. اگر  $V_A - V_B = 0.5V$  باشد. تندی ذره را در نقطه A محاسبه کنید؟ (بار الکترون  $1.6 \times 10^{-19} C$  و جرم آن  $9.1 \times 10^{-31} g$  است و از نیروی وزن صرف نظر شود)

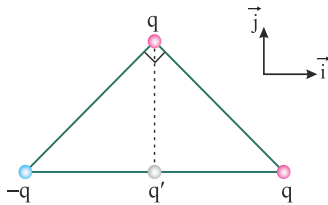


۷۵ بار الکتریکی نقطه‌ای  $q = +5 mC$  از نقطه A با پتانسیل الکتریکی  $15 V$  به نقطه B منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $q$ ،  $50 mJ$  کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟

۷۶ در شکل زیر، بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  در حال تعادل است. اگر بار  $q_2$  را  $10$  سانتی‌متر به بار  $q_1$  نزدیک کنیم، بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_1$  در SI کدام است؟ ( $k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2$ )



۷۷ مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار  $q'$  در وسط وتر مثلث، به چه صورتی می‌تواند باشد؟



۷۸ اندازه نیروی الکتریکی بین بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  که در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند، برابر با  $F$  است. اگر اندازه یکی از بارها  $8$  برابر و فاصله بین دو بار الکتریکی  $\frac{1}{5}$  برابر شود، اندازه نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر  $F$  می‌شود؟

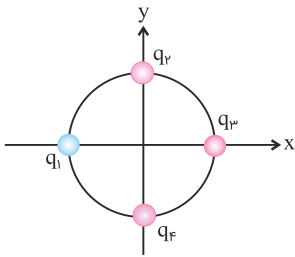
۷۹ دو بار نقطه‌ای  $q_1 = 4 \mu C$  و  $q_2 = 3 \mu C$  در فاصله  $r$  از هم قرار دارند، اگر نیروی بین این دو بار  $2/7 N$  باشد، فاصله دو بار چند متر است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ )

۸۰ اندازه میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصله  $r$  از بار نقطه‌ای  $q$  برابر با  $E$  است. اگر  $30$  درصد از اندازه بار کاسته شود و فاصله  $r$  از بار  $q$  به اندازه  $25$  درصد افزایش یابد، اندازه میدان الکتریکی در حالت جدید چند برابر  $E$  می‌گردد؟

۸۱ یک چاپگر جوهرافشان به اندازه  $2 \times 10^{-9} C$  بار الکتریکی را به هر قطره جوهر که در ابتدا خنثی بوده است منتقل می‌کند، اگر میدان الکتریکی ایجاد شده توسط این چاپگر  $4 \times 10^6 N/C$  باشد، تعداد الکترون‌هایی که قطره جوهر جذب کرده یا از دست داده کدام است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ )

۸۲ مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی دایره‌ای به شعاع  $4 cm$  قرار دارند و میدان الکتریکی حاصل از این چهار بار در مرکز دایره صفر است. اگر بار  $q_1 = 6 \mu C$  حذف کنیم، میدان الکتریکی حاصل از سه بار باقیمانده در مرکز دایره در SI به چه صورت است؟ ( $k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2$ )



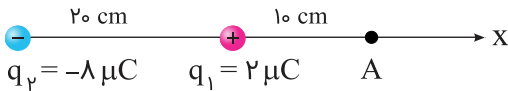


بردار میدان الکتریکی در فاصله ۵ متری از بار نقطه‌ای  $q$ ، در SI به صورت  $\vec{E} = (6\vec{i} + 8\vec{j}) \times 10^3$  است. اگر بردار میدان الکتریکی در فاصله ۱۰ متری از همان بار نقطه‌ای به صورت  $\vec{E} = (2\vec{i} + 1/5\vec{j}) \times 10^3$  باشد، اندازه بار  $q$  چند میکروکولن است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$ )

۸۳

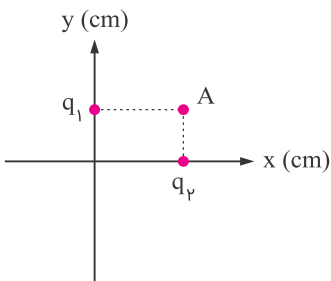
در شکل زیر اندازه و جهت میدان الکتریکی برآیند را در نقطه  $A$  به دست آورید. ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

۸۴



دو بار الکتریکی  $q_1 = q_2 = 5 \mu\text{C}$ ، یکی در مکان  $x = 3 \text{ cm}$  و دیگری در مکان  $y = 3 \text{ cm}$ ، روی محورهای مختصات در دستگاه  $xOy$  قرار دارند. میدان الکتریکی خالص را در نقطه  $A$  به مختصات  $(3 \text{ cm}$  و  $3 \text{ cm})$  برحسب بردارهای یکه بنویسید. ( $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$ )

۸۵



در یک میدان الکتریکی یکنواخت، خطوط میدان چگونه توزیع می‌شوند و چه ویژگی‌هایی دارند؟

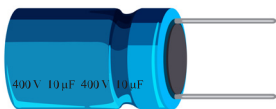
۸۶

خازنی به ظرفیت  $20 \mu\text{F}$  داریم اگر اختلاف پتانسیل دو سر آن را  $3 \text{ V}$  افزایش دهیم، بار ذخیره‌شده در خازن  $30\%$  درصد افزایش می‌یابد. انرژی خازن چند میلی‌ژول افزایش یافته است؟ (پدیده فروریزش الکتریکی رخ نمی‌دهد)

۸۷

با توجه به اعداد روی خازن در شکل زیر:

۸۸



الف) حداکثر انرژی که می‌توان در این خازن ذخیره نمود، چند ژول است؟

الف

ب) اگر این خازن را به اختلاف پتانسیل بیشتر از  $400$  ولت متصل کنیم چه اتفاقی رخ می‌دهد؟

ب

خازن تختی که بین صفحات آن هواست، توسط یک باتری باردار شده است. آن را از باتری جدا می‌کنیم هر یک از تغییرات زیر چه تأثیری بر انرژی ذخیره شده در خازن ایجاد می‌کند.

۸۹

الف) قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن

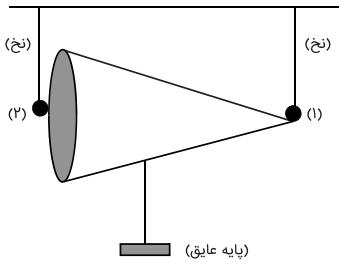
الف

ب) کاهش مساحت صفحات خازن

ب

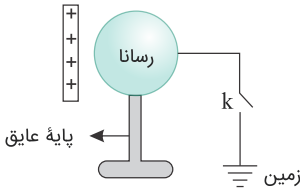
مطابق شکل دو آونگ فلزی خنثی در تماس با جسم فلزی دوکی شکل هستند، به کمک مولد واندوگراف به جسم دوکی شکل بار الکتریکی می‌دهیم:

۹۰



الف کدام آونگ بیشتر منحرف می‌شود؟ چرا؟

۹۱ در شکل زیر جسم رسانا در ابتدا بدون بار است. اگر میله را ابتدا به جسم نزدیک کنیم و سپس کلید  $k$  بسته شود، چه اتفاقی می‌افتد؟



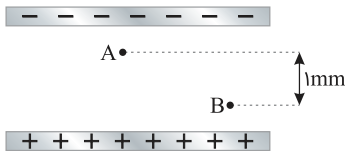
۹۲ دو کره مشابه و رسانای  $A$  و  $B$  با بارهای اولیه  $Q_A = -6 \mu C$  و  $Q_B = +12 \mu C$  را در نظر بگیرید. اگر این دو کره را به هم تماس دهیم، اندازه چگالی سطحی بار کره  $B$  بعد از تماس چندبرابر اندازه چگالی سطحی بار کره  $A$  قبل از تماس است؟

۹۳ اگر اختلاف پتانسیل بین صفحات خازنی به ظرفیت  $6 \mu F$  را به  $30 V$  برسانیم، بر بار الکتریکی آن  $48 \mu C$  افزوده می‌شود. بار اولیه خازن چند میکروکولن بوده است؟

۹۴ خازن تختی که بین صفحات آن با دی‌الکتریک با ثابت  $4$  به‌طور کامل پر شده است، در مداری با اختلاف پتانسیل  $150$  ولت قرار دارد. اگر در همین حالت دی‌الکتریک را از بین صفحات آن خارج کنیم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن  $9 \mu C$  کاهش می‌یابد. ظرفیت خازن پس از خارج کردن دی‌الکتریک از آن چند نانوفاراد می‌شود؟

۹۵ یک خازن تخت را به اختلاف پتانسیل  $25 V$  وصل کرده‌ایم و بار ذخیره‌شده در آن  $990 \mu C$  شده است. اگر این خازن را از باتری جدا کرده و عایقی با دی‌الکتریک  $5$  به فضای بین صفحات خازن اضافه کنیم، اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن چند ولت خواهد شد؟

۹۶ در شکل زیر، خازنی به ظرفیت  $1 \mu F$  دارای  $5 \mu C$  بار الکتریکی است. اگر فاصله بین صفحات  $2 \text{ mm}$  باشد:



الف میدان الکتریکی را در نقاط  $A$  و  $B$  محاسبه کنید.

ب بزرگی اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه  $A$  و  $B$  چقدر است؟

۹۷ مساحت صفحه‌های موازی خازن تختی  $4 \text{ cm}^2$  و فاصله میان آن‌ها  $2 \text{ mm}$  است، اگر میدان الکتریکی بین صفحه‌ها  $500 \frac{N}{C}$  باشد و بین صفحه‌ها هوا

قرار داشته باشد:

$$\left( \epsilon_0 \cong 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \right)$$

الف ظرفیت خازن چند فاراد است؟

ب اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن چند ولت می‌باشد؟

۹۸ یک چراغ قوه  $3$  ولتی در مدت  $60$  دقیقه،  $5/4$  ژول انرژی‌اش را از دست می‌دهد. شدت جریان الکتریکی متوسط عبوری از باتری چند میلی‌آمپر است؟

عبارت درست را از داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید.

برای تنظیم و کنترل جریان در مدار از (رئوستا - ترمیستور) استفاده می‌شود.

۹۹

سیم رسانایی داریم که در هر ۵ دقیقه از مقطع آن جریان  $36$  میلی‌آمپر عبور می‌کند، به‌طور خالص چند الکترون عبور می‌کند؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} C$ )

۱۰۰

بار الکتریکی باتری یک ماشین اسباب بازی  $200$  میکروآمپر دقیقه و ولتاژ آن  $3$  میلی‌ولت است. اگر دو سر این باتری را به یک مقاومت  $R$  اهمی ببندیم،  $2$  دقیقه طول می‌کشد تا خالی شود در این صورت میزان  $R$  را محاسبه کنید؟

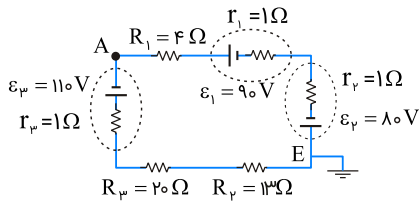
۱۰۱

سیمی به قطر مقطع  $2$  mm و مقاومت ویژه  $10^{-5} \Omega.m$  را به‌صورت پیچ‌های  $9$  حلقه و شعاع  $6$  cm درآورده و دو سر آن را به باتری متصل می‌کنیم. اگر جریان عبوری از آن  $1/5 A$  باشد اختلاف پتانسیل دو سر آن چند ولت است؟

۱۰۲

در مدار شکل زیر نقطه E مدار به زمین متصل است.

۱۰۳



الف شدت جریان را محاسبه نمایید.

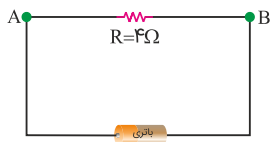
ب پتانسیل الکتریکی نقطه A چقدر است؟

پ اگر بار  $8 \mu C$  - از نقطه A به زمین انتقال یابد، چقدر انرژی آزاد یا مصرف می‌شود.

۱۰۴ اختلاف پتانسیل دو سر یک دیود نور گسیل را از صفر به تدریج افزایش می‌دهیم. جریان عبوری از آن، .....

در مدار شکل زیر انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $q = -15 \mu C$  در نقطه A،  $82/5 \mu J$  بیشتر از انرژی پتانسیل الکتریکی آن در نقطه B است. اگر نیروی محرکه باتری  $11 V$  باشد، مقاومت درونی باتری چند اهم است و نقطه B توسط سیم بدون مقاومت به کدام پایانه باتری متصل است؟

۱۰۵



اگر ۶۵ درصد از نوعی کیک را آرد تشکیل دهد، به این معناست که هر ۱۰۰ گرم کیک شامل ۶۵ گرم آرد و ۳۵ گرم از مواد دیگر است. با توجه به این مفهوم، پاسخ پرسش‌های زیر را بیابید.

۱۰۶ آهن در طبیعت به صورت کانه هماتیت یافت می‌شود. اگر درصد خلوص (Purity Percent) این کانه برابر با ۷۰ باشد، معنی آن چیست؟

۱۰۷ رابطه‌ای برای درصد خلوص مواد بیابید.

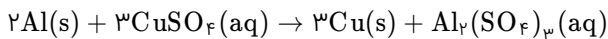
۱۰۸ شیمی‌دان‌ها برای محاسبه مقدار واقعی فرآورده تولید شده در یک واکنش از مفهومی به نام بازده درصدی (Percent Yield) استفاده می‌کنند. (کمیتی که کارایی یک واکنش را نشان می‌دهد). رابطه‌ای برای آن بنویسید.

۱۰۹ با توجه به داده‌های جدول زیر، بازده درصدی واکنش را حساب کنید.

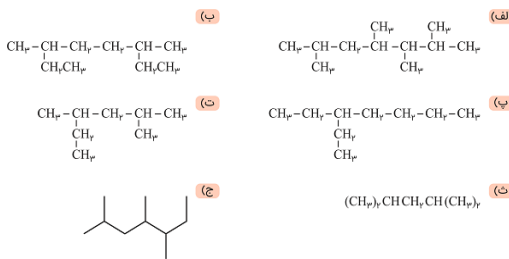
مقدار ماده (گرم)	نماد شیمیایی ماده
۴۰	$Fe_2O_3$
۱۹/۶	Fe (فرآورده‌ای که دانشجو به دست آورده است)
۲۸	Fe (فرآورده‌ای که انتظار داشتیم به دست آید)

۱۱۰ ساختار ۳- متیل هگزان و ۴- متیل هپتان را رسم کنید.

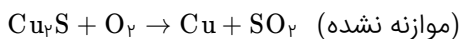
۱۱۱ از واکنش ۸/۱ گرم فلز آلومینیم با خلوص ۹۰ درصد با محلول مس (II) سولفات مطابق واکنش زیر، چند گرم فلز مس آزاد می‌شود؟



۱۱۲ هر یک از هیدروکربن‌های زیر را به روش آیوپاک نام‌گذاری کنید.



معدن مس سرچشمه کرمان، یکی از بزرگ‌ترین مجتمع‌های صنعتی معدنی جهان به‌شمار می‌رود و بزرگ‌ترین تولیدکننده مس است. برای تهیه مس خام از سنگ معدن آن، واکنش زیر انجام می‌شود.



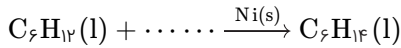
۱۱۳ با مصرف ۴۰۰ kg مس (I) سولفید با خلوص ۸۵٪ حدود ۱۹۰/۵۴ kg مس خام تهیه می‌شود. بازده درصدی واکنش را حساب کنید.

۱۱۴ چرا این واکنش روی محیط زیست تأثیر زیان‌باری دارد؟

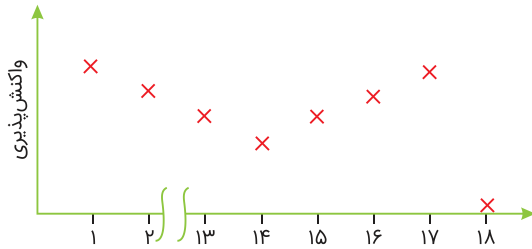
هگزان ( $C_6H_{14}$ ) و ۱- هگزن ( $C_6H_{12}$ ) دو مایع بی‌رنگ هستند.

۱۱۵ روشی برای تشخیص این دو مایع پیشنهاد کنید.

۱۱۶ جای خالی را در واکنش زیر پر کنید.



۱۱۷ نمودار زیر روند کلی تغییر واکنش پذیری عنصرهای دوره دوم جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد.



الف چرا واکنش پذیری عنصرهای گروه ۱۸ در حدود صفر است؟

ب روند تغییر واکنش پذیری را توضیح دهید.

۱۱۸ در شکل‌های زیر، برخی عنصرهای گروه چهاردهم و دوره سوم جدول دوره‌ای عنصرها همراه با برخی ویژگی‌های آن‌ها نشان داده شده است. با بررسی آن‌ها به پرسش‌ها پاسخ دهید.

**الف) عنصرهای گروه ۱۴**

- Si:** رسانایی الکتریکی کمی دارد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد. در اثر ضربه خرد می‌شود.
- Ge:** سطح آن تیره است. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد. در اثر ضربه خرد می‌شود.
- Sn:** رسانایی الکتریکی کمی دارد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد. در اثر ضربه خرد می‌شود.
- Pb:** رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن از دست می‌دهد. در اثر ضربه شکل آن تغییر می‌کند اما خرد نمی‌شود.

**ب) عنصرهای دوره سوم**

- Na:** جزیای بزرگ و گرم را عبور نمی‌دهد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد یا می‌گیرد. در اثر ضربه خرد می‌شود. سطح آن‌ها درخشان بوده بلکه کدر است.
- Mg:** رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن از دست می‌دهد. در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهد ولی خرد نمی‌شود. سطح درخشانی دارد.
- Al:** رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن از دست می‌دهد. در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهد ولی خرد نمی‌شود. سطح درخشانی دارد.
- P:** جزیای بزرگ و گرم را عبور نمی‌دهد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد یا می‌گیرد. در اثر ضربه خرد می‌شود. سطح آن‌ها درخشان بوده بلکه کدر است.
- S:** جزیای بزرگ و گرم را عبور نمی‌دهد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد یا می‌گیرد. در اثر ضربه خرد می‌شود. سطح آن‌ها درخشان بوده بلکه کدر است.
- Cl:** جزیای بزرگ و گرم را عبور نمی‌دهد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد یا می‌گیرد. در اثر ضربه خرد می‌شود. سطح آن‌ها درخشان بوده بلکه کدر است.
- Ar:** جزیای بزرگ و گرم را عبور نمی‌دهد. در واکنش با دیگر نسیجه‌ها اکسید کربن به اشترک می‌گذارد یا می‌گیرد. در اثر ضربه خرد می‌شود. سطح آن‌ها درخشان بوده بلکه کدر است.

الف عبارت زیر را با خط زدن واژه نادرست در هر مورد، کامل کنید.

در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست از خاصیت فلزی کاسته و به خاصیت نافلزی افزوده می‌شود. در گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ عنصرهای پایین‌تر بالاتر خاصیت نافلزی دارند زیرا از بالا به پایین خاصیت فلزی زیاد می‌شود.

۱۱۹ باتوجه به جدول زیر، پیش‌بینی کنید اتم کدامیک از فلزهای گروه دوم (فلزهای قلیایی خاکی) (Alkaline Earth Metals) جدول دوره‌ای در واکنش با نافلزها، آسان‌تر به کاتیون  $M^{2+}$  تبدیل می‌شود. چرا؟

نام و نماد شیمیایی فلز	Mg (منیزیم)	Ca (کلسیم)	Sr (استرانسیم)
شعاع اتمی (pm)	۱۶۰	۱۹۷	۲۱۵

۱۲۰ به نظر شما آیا جمله "هر چه شعاع اتمی یک فلز بزرگ‌تر باشد، آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد" درست است؟ چرا؟

۱۲۱ باتوجه به جایگاه عنصرهای لیتیم، سدیم و پتاسیم (فلزهای قلیایی) (Alkaline Metals) در جدول دوره‌ای، پیش‌بینی کنید در واکنش با گاز کلر، اتم‌های کدامیک آسان‌تر الکترون از دست خواهد داد؟ چرا؟

۱۲۲ ویژگی‌های بیان‌شده در زیر، مربوط به کدامیک از عناصر است؟

الف نخستین عنصری که زیرلایه p نیمه‌پر دارد.

ب نخستین عنصری که تعداد الکترون زیرلایه‌های p آن، دو برابر تعداد الکترون‌های زیرلایه d آن می‌شود.

۱۲۳ اگر آرایش الکترونی  $X^{2+}$  به  $3p^6$  ختم شود، اختلاف عدد اتمی عنصر X، با اولین عنصر دسته d دوره پنجم، برابر چند واحد است؟

به هر مورد پاسخ دهید.

۱۲۴ دو مورد از ویژگی‌های منحصربه‌فرد کربن که سبب شده میلیون‌ها ترکیب از آن به وجود آید را بنویسید.

جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید.

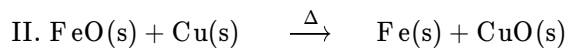
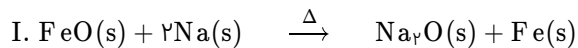
۱۲۵ اتم کربن در آرایش الکترونی خود ..... لایه و ..... زیرلایه دارد که از الکترون اشغال شده است.

۱۲۶ کربن می‌تواند همانند ترکیب هیدروژن سیانید (HCN) پیوند ..... گانه و همانند  $CO_2$  پیوند ..... گانه با فلزها به جز هیدروژن تشکیل دهد.

در جدول زیر واکنش‌پذیری سه گروه از فلزها با هم مقایسه شده است. باتوجه به آن، به پرسش‌های مطرح شده پاسخ دهید.

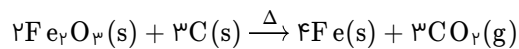
رفتار	واکنش‌پذیری		
	ناچیز	کم	زیاد
نام فلز	مس، نقره، طلا	آهن، روی	سدیم، پتاسیم

۱۲۷ درباره درستی جمله زیر نخست گفت‌وگو نموده سپس بر اساس آن مشخص کنید کدام واکنش زیر (I یا II) انجام می‌شود؟ چرا؟  
"به‌طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است."

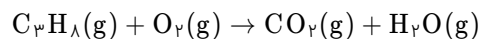


۱۲۸ اتم کربن برای رسیدن به آرایش هشت‌تایی چند پیوند اشتراکی یگانه، دوگانه یا سه‌گانه می‌تواند تشکیل دهد؟

۱۲۹ مطابق واکنش زیر، از واکنش ۴۰ گرم آهن (III) اکسید با مقدار کافی کربن، انتظار می‌رود چند گرم آهن به دست آید؟

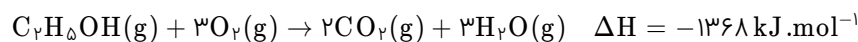


۱۳۰ باتوجه به واکنش زیر به سوالات پاسخ دهید.  $(C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}, C(H_2O) = 4/18 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$  (معادله واکنش موازنه شود)



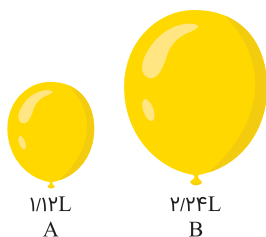
الف گرمای آزادشده در واکنش، هنگامی که ۱۵ g کربن دی‌اکسید تولید می‌شود، می‌تواند دمای ۲ kg آب را از  $15^\circ C$  به  $43^\circ C$  افزایش دهد.  $\Delta H$  واکنش را حساب کنید.

۱۳۱ باتوجه به واکنش زیر، گرمای حاصل از سوختن ۹/۲ گرم اتانول دمای ۲ کیلوگرم آب را چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟  
 $(C_2H_5OH = 46 g \cdot mol^{-1}, c_{H_2O} = 4/2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$



۱۳۲ چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای ۱۲۰ میلی‌لیتر اتانول از  $13^{\circ}\text{C}$  به  $40^{\circ}\text{C}$  برسد؟ (گرمای ویژه اتانول  $= 2/46 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$  و چگالی اتانول  $= 0/8 \text{ g.mL}^{-1}$ )

۱۳۳ دو نمونه گاز اکسیژن داخل بادکنک‌ها را در شرایط STP در نظر بگیرید. (ظرفیت گرمایی ویژه اکسیژن برابر با  $0/92 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$  است)



الف میانگین تندی مولکول‌ها را در این دو نمونه باهم مقایسه کنید.

ب اگر به هر دو نمونه مقدار برابری گرما داده شود و دمای نمونه A به  $27^{\circ}\text{C}$  برسد، دمای نمونه B به چند درجه می‌رسد؟

پ برای افزایش دمای نمونه A تا  $30^{\circ}\text{C}$  به چند ژول گرما نیاز است؟

طول راس را در هر دو سهمی برابر با هم قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = ax^2 + 2x + b : x_s = \frac{-2}{2a} = \frac{-1}{a} \quad (*) \\ y = -(a+1)x^2 - 3x - \frac{b}{4} : x_s = \frac{3}{-2(a+1)} \end{cases}$$

$$\frac{-1}{a} = \frac{3}{-2(a+1)} \Rightarrow 2a = 3(a+1) \Rightarrow 2a = 3a + 3 \Rightarrow a = -3 \xrightarrow{(*)} x_s = \frac{-1}{-3}$$

اکنون عرض‌های آن‌ها را به ازای  $x_s = \frac{-1}{-3}$  برابر هم قرار می‌دهیم:

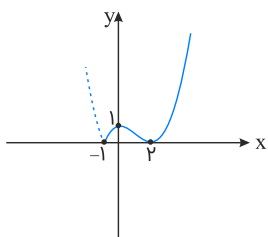
$$x_s = \frac{-1}{-3}, a = -3 : y_s = ax^2 + 2x + b = -3\left(\frac{-1}{-3}\right)^2 + 2\left(\frac{-1}{-3}\right) + b = \frac{-1}{-3} + b \quad (1)$$

$$x_s = \frac{-1}{-3}, a = -3 : y_s = -(a+1)x^2 - 3x - \frac{b}{4} = -(3+1)\left(\frac{-1}{-3}\right)^2 - 3\left(\frac{-1}{-3}\right) - \frac{b}{4} = \frac{3}{4} - \frac{b}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{-1}{-3} + b = \frac{3}{4} - \frac{b}{4} \Rightarrow \frac{5b}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow b = 1$$

نمودار تابع  $|f|$  را رسم می‌کنیم:

اگر قرار باشد تابع  $|f|$  خط  $y = k - 1$  را در چهار نقطه قطع کند، باید  $1 < k - 1 < 3$  باشد، پس  $k \in (2, 4)$  است.



$$\frac{2x^2}{x-2} - \frac{2x+4}{x-2} - x = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x - 4 - x(x-2)}{x-2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 - x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ.ق.ق } x = 2 \\ \text{ق.ق } x = -2 \end{cases}$$



۴

ابتدا ضابطه تابع مساحت را بر حسب  $x$  می‌نویسیم. اگر محیط برابر با ۳۲ باشد، مجموع طول و عرض مستطیل برابر با ۱۶ می‌شود، پس اگر طول یکی از اضلاع  $x$  باشد، طول ضلع دیگر  $x - 16$  است؛ بنابراین:

$$S(x) = x(16 - x) = -x^2 + 16x$$

چون ضریب  $x^2$  منفی است، پس این سهمی دارای بیشترین مقدار است. کافی است طول رأس این سهمی را به دست آوریم:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{-16}{-2} = 8$$

بنابراین بیشترین مقدار مساحت به ازای  $x = 8$  به دست می‌آید.

۵

ابتدا به کمک بازه‌بندی، قدر مطلق را حذف می‌کنیم و سپس معادلات حاصل را حل می‌نماییم:

$$\begin{cases} x < 0 : -2x + 2 - 5x = 9 \Rightarrow -7x = 7 \Rightarrow x = -1 \text{ ق.ق} \\ 0 \leq x \leq 1 : -2x + 2 + 5x = 9 \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \text{ غ.ق.ق} \\ x > 1 : 2x - 2 + 5x = 9 \Rightarrow 7x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{7} \text{ ق.ق} \end{cases}$$

$x = \frac{7}{3}$  غیرقابل قبول است؛ زیرا جواب باید در بازه  $[0, 1]$  باشد.

۶

نکته: معادله  $|ax + b| = k$  به ازای  $k > 0$ ، دارای دو جواب، به ازای  $k = 0$ ، دارای یک جواب و به ازای  $k < 0$  فاقد جواب است ( $a \neq 0$ ).

$$|5x - 1| + |9a - 3| = 4 \Rightarrow |5x - 1| = 4 - |9a - 3|$$

معادله جواب ندارد  $\rightarrow 4 - |9a - 3| < 0 \Rightarrow |9a - 3| > 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9a - 3 > 4 \Rightarrow 9a > 7 \Rightarrow a > \frac{7}{9} \\ 9a - 3 < -4 \Rightarrow 9a < -1 \Rightarrow a < -\frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \in (-\infty, -\frac{1}{9}) \cup (\frac{7}{9}, +\infty)$$

۷

طبق فرض دو خط  $y = ax + b$  و  $y = 5x + 1$  موازی‌اند، پس  $a = 5$ .

نکته: فاصله دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  برابر است با  $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

باتوجه به نکته بالا، فاصله دو خط موازی  $y - 5x - b = 0$  و  $y - 5x - 1 = 0$  برابر است با:

$$\frac{|-1 - (-b)|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{|b - 1|}{\sqrt{26}}$$

طبق فرض این مقدار برابر با  $\frac{\sqrt{26}}{13}$  است، پس:

$$\frac{|b - 1|}{\sqrt{26}} = \frac{\sqrt{26}}{13} \Rightarrow |b - 1| = \frac{26}{13} = 2$$

$$\Rightarrow b - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

۸

$$y = |x - 2| \xrightarrow{\text{سه واحد به راست}} y = |(x - 2) - 3| \xrightarrow{\text{چهار واحد به پایین}} y = |x - 5| - 4$$

برای به دست آوردن محل برخورد نمودار با محور عرض‌ها، کافی است  $x = 0$  را در معادله قرار دهیم:

$$y = |0 - 5| - 4 = 1 \Rightarrow (0, 1)$$

نکته: مختصات وسط پاره‌خط AB عبارت است از:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

نکته: اندازه پاره‌خط AB برابر است با:

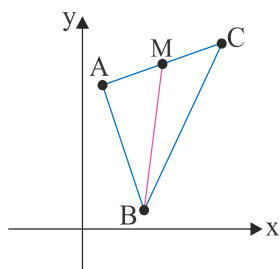
$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

ابتدا مختصات نقطه M وسط پاره‌خط AC را به دست می‌آوریم:

$$M\left(\frac{1+7}{2}, \frac{7+9}{2}\right) \Rightarrow M(4, 8)$$

بنابراین اندازه پاره‌خط BM برابر است با:

$$BM = \sqrt{(3-4)^2 + (1-8)^2} = \sqrt{50}$$



$a < 0 \Rightarrow$  سهمی رو به پایین

$c < 0 \Rightarrow$  محل برخورد با محور y

راس سهمی  $= \frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$

بنابراین:  $a < 0$  (منفی)،  $c < 0$  (منفی) و  $b > 0$  (مثبت)

قدرنسبت  $q = \frac{4}{1} = 4$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow \frac{1(1-4^n)}{1-4} > 500 \Rightarrow \frac{4^n - 1}{3} > 500$$

$$4^n - 1 > 1500 \Rightarrow 4^n > 1501 \Rightarrow n \geq 6$$

حداقل ۶ جمله اول دنباله هندسی باید جمع شوند.

$$۶, ۱۲, ۱۸, \dots \quad a_n = ۶n \quad d = ۶$$

$$۱۰۰ \leq a_n < ۱۰۰۰$$

$$۱۰۰ \leq ۶n < ۱۰۰۰$$

$$\frac{۵۰}{۳} \leq n < \frac{۵۰۰}{۳} \Rightarrow n = \{۱۷, ۱۸, \dots, ۱۶۶\}$$

$$۶ \text{ مضرب } = \text{تعداد اعداد سه رقمی} = ۱۶۶ - ۱۷ + ۱ = ۱۵۰$$

$$۶ \text{ مضرب } = \{۱۰۲, ۱۰۸, \dots\}$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{۱۵۰} = \frac{۱۵۰}{۲}(۲(۱۰۲) + (۱۵۰-1)(۶)) = ۸۲۳۵۰$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$\frac{S_۶}{S_۳} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{\frac{a_1(1-q^۶)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^۳)}{1-q}} = \frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^۶}{1-q^۳} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{(1-q^۳)(1+q^۳)}{1-q^۳} = \frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow 1+q^۳ = \frac{۵}{۴} \Rightarrow q^۳ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow q = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۴}}$$

مختصات نقطه C را به صورت  $(۲, \alpha)$  در نظر می‌گیریم و شیب خطوط BC و DC را پیدا می‌کنیم. نقطه  $(۰, ۳)$  روی خط BC را E نامگذاری می‌کنیم و برای به دست آوردن شیب خط BC از آن استفاده می‌کنیم.:

$$\begin{cases} C(۲, \alpha) \\ E(۰, ۳) \end{cases} \Rightarrow m_1 = \frac{\alpha - ۳}{۲ - ۰} = \frac{\alpha - ۳}{۲}$$

$$\begin{cases} C(۲, \alpha) \\ D(۰, -۱) \end{cases} \Rightarrow m_۲ = \frac{\alpha - (-۱)}{۲ - ۰} = \frac{\alpha + ۱}{۲}$$

باید  $m_1 m_۲ = -۱$  باشد تا اضلاع BC و CD برهم عمود باشند:

$$\frac{\alpha - ۳}{۲} \times \frac{\alpha + ۱}{۲} = -۱ \Rightarrow \alpha^۲ - ۲\alpha - ۳ = -۴ \Rightarrow \alpha^۲ - ۲\alpha + ۱ = ۰$$

$$(\alpha - ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow \alpha = ۱$$

پاسخ سؤال ۱۵

$$D_f = (-\infty, ۱] \quad \text{یا} \quad x \leq ۱ \quad \text{و} \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^۲ - ۳ \leq ۱\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} \mid x^۲ - ۴ \leq ۰\} = [-۲, ۲]$$

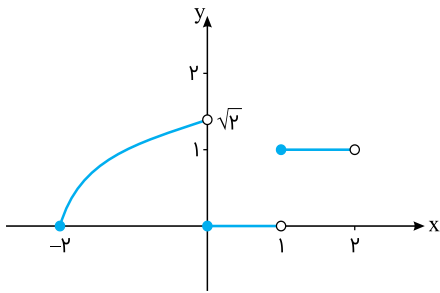
$$g(x) = |x - 1| + 2 \xrightarrow{x > 1} y = x - 1 + 2$$

$$\Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow y - 1 = x \Rightarrow g^{-1}(x) = x - 1$$

پاسخ سؤال ۱۷

۱۷ نیستند

۱۸



$$D_f = [-2, 2) \quad R_f = [0, \sqrt{2})$$

$$f(x) = [x] + [x^2]$$

$$f(\sqrt{2}) = [\sqrt{2}] + [2] = 3$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = \left[-\frac{2}{3}\right] + \left[\frac{4}{9}\right] = -1 \Rightarrow -1 + 3 = 2$$

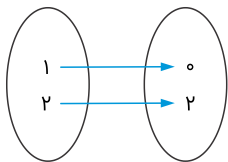
۱۹

$$y = g(x) = \frac{2}{2 + f(x)} \quad g^{-1}(y) = x, \quad f(x) = \frac{2 - 2y}{y} \Rightarrow x = f^{-1}\left(\frac{2 - 2y}{y}\right) \xrightarrow{***} g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{2 - 2x}{x}\right)$$

۲۰

$$\begin{cases} (1) 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \\ (2) 2x - 2 = 2 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{دامنه: } \{1, 2\}$$

۲۱



$$D_f = (-\infty, \frac{3}{2}] \quad , \quad D_g = \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\} \mid \frac{6}{3x-5} \leq \frac{3}{2}\}$$

$$\frac{6}{3x-5} - \frac{3}{2} \leq 0 \Rightarrow \frac{9(3x-5)}{2(3x-5)} \leq 0 \Rightarrow x < \frac{5}{3} \text{ یا } x \geq 3$$

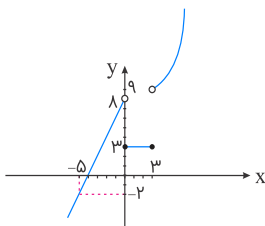
$$\Rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, \frac{5}{3}) \cup [3, +\infty)$$

چون  $f(3) = 3$  و تابع در بازه  $[0, 3]$  ثابت است، پس در این بازه  $f(x) = 3$  است. برای  $x > 3$ ، تابع به صورت  $f(x) = x^2$  است. برای اعداد منفی چون  $f(-5) = -2$  و  $f(-4) = 0$  (نمودار محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول  $x = -4$  قطع می‌کند) معادله خطی که از دو نقطه  $(-5, -2)$  و  $(-4, 0)$  می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 + 2}{-4 + 5} = 2 \Rightarrow y - 0 = 2(x + 4) \Rightarrow y = 2x + 8$$

پس ضابطه  $y = f(x)$  به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 3 \\ 3 & ; 0 \leq x \leq 3 \\ 2x + 8 & ; x < 0 \end{cases}$$



$$R_f = (-\infty, 8) \cup (9, +\infty)$$

باتوجه به نمودار تابع  $f$ ، نیمساز ناحیه دوم یعنی  $y = -x$  فقط با ضابطه سوم برخورد دارد؛ پس:

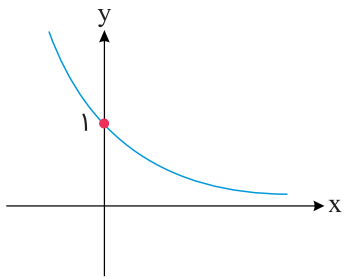
$$\begin{cases} y = -x \\ y = 2x + 8 \end{cases} \Rightarrow 2x + 8 = -x \Rightarrow 3x = -8 \Rightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow \left(-\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right) \text{ نقطه برخورد}$$

t	0	1	2	3t
جرم	1	3	3 <sup>2</sup>	3 <sup>3</sup> 3 <sup>t</sup>

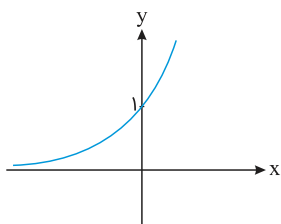
$$y = 3^t$$

$$t = 5 \Rightarrow y = 3^5 = 243$$

$$81 = 3^3 \Rightarrow t = 3$$



$$2^{2x-1} = \frac{1}{27} \Rightarrow 2^{2x-1} = 2^{-3} \Rightarrow 2x - 1 = -3 \Rightarrow x = -1$$



پاسخ سؤال ۲۸

$$2^{x-2} = \frac{1}{(3^3)^x} = 3^{-3x} \Rightarrow x - 2 = -3x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۲۹

راه حل اول:

$$2^{-\lambda x + 4} = 2^{\delta - \delta x} \Rightarrow -\lambda x + 4 = \delta - \delta x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

راه حل دوم:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\lambda x - 4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\delta x - \delta} \Rightarrow \lambda x - 4 = \delta x - \delta \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

هندسه

$$x \times 4 = 2 \times 10 \Rightarrow x = 5$$

$$6^y = y(x + 4 + y) \Rightarrow 36 = y(5 + 4 + y)$$

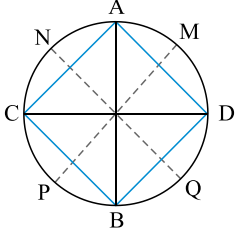
$$\Rightarrow y^2 + 9y - 36 = 0 \Rightarrow y = 3$$

دایره  $C(O, R)$  را در نظر می‌گیریم در آن دو قطر عمود بر هم  $AB$  و  $CD$  را رسم می‌کنیم. بنابراین:

$$\widehat{AC} = \widehat{CB} = \widehat{BD} = \widehat{AD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AC = BC = BD = AD$$

$$\widehat{A} = \frac{1}{2}\widehat{CD} = 90^\circ$$



پس چهارضلعی  $ABCD$  یک مربع است. عمود منصف‌های ضلع‌های این مربع دایره را در نقاط  $M, N, P, Q$  قطع می‌کنند. از آنجا که عمود منصف وارد بر آن وتر و کمان مقابل به آن وتر را نصف می‌کند پس داریم:

$$AM = MD = DQ = \dots = CN = NA$$

در نتیجه هشت ضلعی ایجاد شده و محاط در دایره یک هشت ضلعی منتظم است.

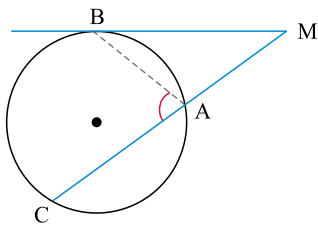
$$2p = 6 + 4 + 8 = 18 \Rightarrow p = 9$$

$$AN = AM = p - a$$

$$\Rightarrow AM + AN = 2p - 2a = 18 - 16 = 2$$

$$AT = AT' = p \Rightarrow AT + AT' = 2p = 18$$

از  $A$  به  $B$  وصل می‌کنیم ملاحظه می‌کنیم که  $\widehat{BAC}$  محاطی است.



$$(1) \widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BC}$$

$$(2) \widehat{ABM} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$$

زاویه  $\widehat{ABM}$  ظلی است پس داریم:

از طرفی  $\widehat{BAC}$  یک زاویه خارجی بر  $\widehat{ABM}$  است. در نتیجه داریم:

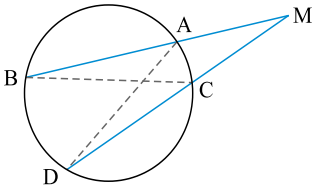
$$\widehat{BAC} = \widehat{ABM} + \widehat{M} \xrightarrow{(1), (2)} \widehat{M} = \frac{1}{2}\widehat{BC} - \frac{1}{2}\widehat{AB}$$

$$\Rightarrow \widehat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$$

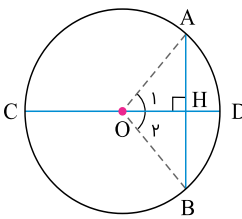
پاسخ سؤالات ۳۴ تا ۳۷

مثلث‌های MBC و MAD متشابه هستند.

$$\frac{1}{4}$$



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} = \frac{AC}{r} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{cases} \xrightarrow{z.z} \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA \times MB = MC \times MD$$



$$\begin{cases} OA = OB \\ OH = OH \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و ضلع}} \Delta AOH \cong \Delta BOH$$

$$\Rightarrow AH = BH, \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow AD = BD$$

روش اول: ۳۹

روش دوم:

متساوی الساقین  $OAB \Rightarrow OA = OB = r$

چون در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع، نیمساز و میانه هم است، داریم:

$$AH = BH, \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow AD = BD$$

$$x \times x = 2 \times 1 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$(3\sqrt{2})^2 = y(y + 3) \Rightarrow y^2 + 3y - 18 = 0 \Rightarrow y = 3$$

۴۰

داریم: ۴۱

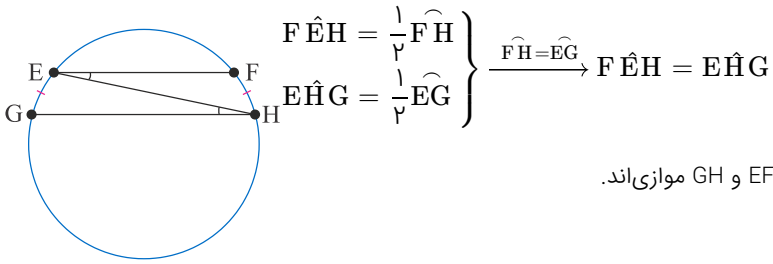
$$\frac{\text{طول کمان } AB}{360} = \frac{\text{اندازه کمان } AB}{\text{محیط دایره}}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{360} = \frac{L}{2\pi R} \Rightarrow L = \frac{2\pi R \alpha}{360} = \frac{\pi R \alpha}{180}$$

نسبت مساحت قطاع به مساحت دایره همان نسبت زاویه قطاع ( $\alpha$ ) به  $360$  است، پس:

$$\frac{\alpha}{360} = \frac{S}{\pi R^2} \Rightarrow S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$





از آنجا که  $F\hat{E}H = E\hat{H}G$  طبق عکس قضیه موازی - مورب،  $GH$  و  $EF$  موازی اند.

$$D\hat{A}C = 90^\circ$$

$$D\hat{A}C = \frac{1}{2}D\hat{A}$$

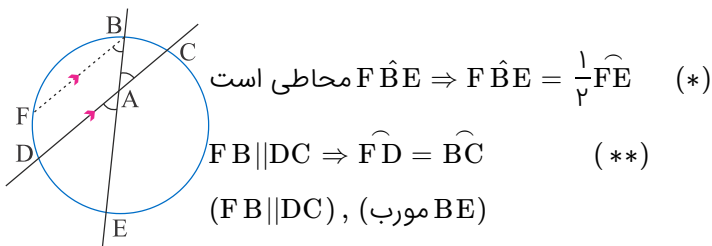
$$D\hat{A}B = \frac{1}{2}D\hat{B}$$

$$D\hat{A}C - D\hat{A}B = \frac{1}{2}(D\hat{A} - D\hat{B})$$

زاویه  $DAB$  یک زاویه محاطی است، بنابراین داریم:

$$B\hat{A}C = \frac{1}{2}B\hat{A}$$

بنابراین:



$$\Rightarrow D\hat{A}E = F\hat{B}E \xrightarrow{(*)} \frac{1}{2}F\hat{E} = \frac{1}{2}(F\hat{D} + D\hat{E})$$

$$\xrightarrow{(**)} \frac{1}{2}(F\hat{D} + D\hat{E}) = \frac{1}{2}(B\hat{C} + D\hat{E})$$

$$\hat{A}B = 60^\circ$$

$$\hat{A}B \text{ طول} = \frac{\pi}{3}$$

$$A_1\hat{B}_1 = 60^\circ$$

$$A_1\hat{B}_1 \text{ طول} = \frac{2\pi}{3}$$

برای کمان  $\widehat{AB}$  داریم:

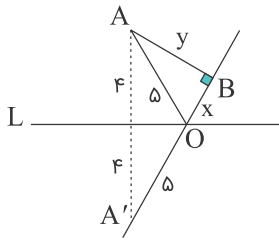
ب

$$\frac{60}{360} = \frac{\widehat{AB} \text{ طول}}{2\pi(1)} \Rightarrow \widehat{AB} \text{ طول} = \frac{60 \times 2\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

برای کمان  $\widehat{A_1B_1}$  داریم:

$$\frac{60}{360} = \frac{A_1B_1 \text{ طول}}{2\pi(2)} \Rightarrow A_1B_1 \text{ طول} = \frac{60 \times 4\pi}{360} = \frac{2\pi}{3}$$

۴۶



$$\left. \begin{array}{l} \triangle AA'B : \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow y^2 = 2^2 - (\omega + x)^2 \\ \triangle AOB : y^2 = 2\omega - x^2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 64 - 2\omega - 10x - x^2 = 2\omega - x^2$$

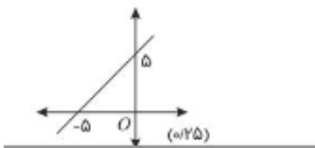
$$\Rightarrow 14 = 10x \Rightarrow x = 1/4$$

$$\Rightarrow y^2 = 2\omega - (1/4)^2 \Rightarrow y = 4/8$$

ضابطه این بازتاب  $R(x, y) = (-y, -x)$  است.

۴۷

$$\begin{array}{c|c} x & -\omega \\ \hline y & \omega \end{array} \quad (\omega, \omega)$$



$$A(\omega, \omega) \rightarrow A'(-\omega, \omega), B(-\omega, \omega) \rightarrow B'(\omega, \omega)$$

$$m_{A'B'} = \frac{\omega - \omega}{\omega - (-\omega)} = 1 \Rightarrow y - \omega = 1(x - (-\omega)) \Rightarrow y = x + \omega$$

بردار  $\vec{AB}$  را به عنوان بردار انتقال در نظر می‌گیریم. چون  $AB$  و  $DC$  موازی و مساویند. بنابراین تحت این انتقال:  $A \rightarrow B$  و  $D \rightarrow C$ . یعنی پاره‌خط  $AD$  بر پاره‌خط  $BC$  تصویر می‌شود و چون انتقال ایزومتري است و شیب خط را حفظ می‌کند، پس:

۴۸

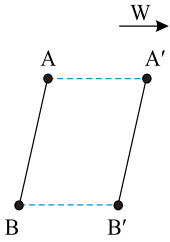
$$AD \parallel BC, AD = BC$$

$$M \text{ وسط } AB \left\{ \begin{array}{l} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 - 2}{2} = -1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 - 5}{2} = -1 \end{array} \right. , \quad m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-5 - 3}{-2 - 0} = 4$$

عکس و قرینه  $\rightarrow -\frac{1}{m_{AB}} = -\frac{1}{4}$

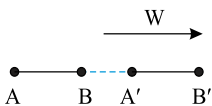
$$\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{4}(x + 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$$

(۱) اگر پاره‌خط با بردار موازی نباشد:



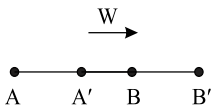
$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{W} \\ \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{W} \end{array} \right\} \Rightarrow AA' \parallel BB' \Rightarrow AA'B'B \xrightarrow{\text{متوازی‌الاضلاع است}} AB = A'B'$$

(۲) اگر پاره‌خط با بردار موازی و کوچک‌تر از آن باشد:

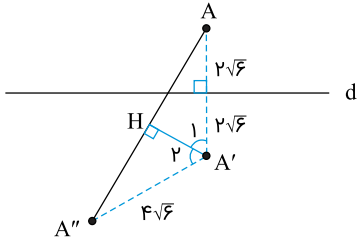


$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{W} \\ \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{W} \end{array} \right\} \Rightarrow AA' = BB' \Rightarrow AB + \cancel{BA'} = \cancel{BA'} + A'B' \\ \Rightarrow AB = A'B'$$

(۳) اگر پاره‌خط با بردار موازی و بزرگ‌تر از آن باشد:

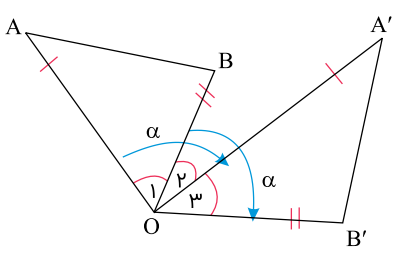


$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{W} \\ \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{W} \end{array} \right\} \Rightarrow AA' = BB' \Rightarrow AA' + \cancel{A'B} = \cancel{A'B} + BB' \\ \Rightarrow AB = A'B'$$



$$\left. \begin{aligned} AA' &= 4\sqrt{6} \\ \angle A' &= 60^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{6} = 4\sqrt{2}$$

$$AA'' = 2AH = 8\sqrt{2}$$



$$\begin{cases} \angle AOA' = \angle BOB' = \alpha \Rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_2 + \hat{O}_3 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3 \\ OA = OA' \\ OB = OB' \end{cases}$$

ض ز ض  $\rightarrow \triangle AOB \cong \triangle A'OB'$   
 اجزای نظیر  $\rightarrow AB = A'B'$

مرکز تجانس محل تلاقی خطوط  $AA'$  و  $BB'$  است.

$$\begin{cases} m_{AA'} = \frac{y_{A'} - y_A}{x_{A'} - x_A} = \frac{-4 - 4}{3 + 1} = -2 \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = -2x + 2 \\ m_{BB'} = \frac{y_{B'} - y_B}{x_{B'} - x_B} = \frac{-2 - 2}{-1 - 3} = 1 \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = x - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2x + 2 = x - 1 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 = 1$$

تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $K$  تبدیلی است که هر نقطه  $A$  در صفحه را به نقطه‌ای مانند  $A'$  از آن صفحه نظیر می‌کند به طوری که:

(الف) مرکز تجانس یعنی نقطه  $O$  ثابت باشد.  
 (ب)  $A'$  روی نیم‌خط  $OA$  قرار گیرد و  $OA' = K \cdot OA$   
 یک مورد از ویژگی‌های زیر بیان شود.  
 ۱- تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.  
 ۲- تحت تجانس، مرکز تجانس ثابت می‌ماند.  
 ۳- تجانس طول یا مساحت را حفظ نمی‌کند. (مگر در حالتی که  $K = 1$ )  
 ۴- تجانس طول را با ضریب  $K$  و مساحت را با ضریب  $K^2$  تغییر می‌دهد.  
 ۵- خط‌هایی که نقطه‌های نظیر را به هم وصل می‌کنند، در مرکز تجانس هم‌رسند.

پاسخ سؤال ۵۵

## آمار و احتمال

۵۶

$$\begin{aligned}
 & \text{می‌دانیم: } p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \\
 & p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \\
 & \equiv T \wedge (\sim p \vee q) \equiv (\sim p \vee q) \equiv p \Rightarrow q \\
 & p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv p \Rightarrow q
 \end{aligned}$$

۵۷

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \vee p$	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	د	ن

۵۸

$$\begin{aligned}
 & (p \wedge q) \Rightarrow [(\sim p \vee q) \Rightarrow p] \\
 & \equiv (p \wedge q) \Rightarrow [\sim(\sim p \vee q) \vee p] \\
 & \equiv (p \wedge q) \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee p] \\
 & \equiv (p \wedge q) \Rightarrow p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee p \\
 & \equiv (p \vee \sim p) \vee \sim q \equiv T \vee \sim q \equiv T
 \end{aligned}$$

۵۹

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$	$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \wedge p$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	ن

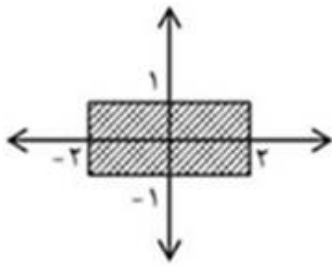
با مقایسه ستون آخر با ستون مربوط به p به هم‌ارزش بودن آن‌ها پی می‌بریم.

۶۰

$$\begin{aligned}
 (A - B) \cup (A \cap B) &= (A \cap B') \cup (A \cap B) \\
 &= A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A
 \end{aligned}$$

۶۱

مشخص کردن A :  $-1 \leq y \leq 1$   
 مشخص کردن B :  $-2 \leq x \leq 2$   
 رسم نمودار کامل و مشخص کردن  $B \times A$ :



شکل (۰/۵)

۶۲ الف

$$(A \cap B) \cup \underbrace{[(B \cup C) \cap ((B \cup A) \cap B)]}_B = B$$

ب

$$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = \underbrace{[(A \cup B) \cap A']}_{(A \cap A') \cup (B \cap A')} \cup (A \cap B)$$

$$(B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap \underbrace{(A \cup A')}_U = B$$

۶۳

بهرتر است رابطه را ابتدا ساده کنیم و سپس متمم آن را به دست آوریم.

$$X = [(A - B) - A] - B' = [(A \cap B') \cap A'] \cap B = (A \cap A') \cap (B \cap B') \\ = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

پس متمم مجموعه فوق یعنی  $\emptyset'$  برابر با مجموعه مرجع U است.

۶۴

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \left\{ \frac{1}{3}, 1, 3 \right\}$$

$$B \times A = \left\{ \left( \frac{1}{3}, 1 \right), \left( \frac{1}{3}, 2 \right), \left( \frac{1}{3}, 3 \right), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3) \right\}$$

۶۵

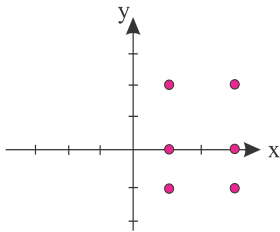
چون  $A \times B = B \times A$  است؛ بنابراین باید  $A = B$  باشد.

$$\{x + 3, 1\} = \{2x - y, 7\} \Rightarrow x + 3 = 7 \Rightarrow x = 4, \quad 2x - y = 1 \Rightarrow y = 7$$

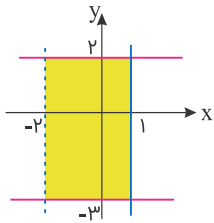
۶۶ الف

$$A \times B = \{(3, 2), (3, 0), (3, -1), (1, 2), (1, 0), (1, -1)\}$$

ب



۶۷

۶۸  
الف تا ۳۱

ب تا ۲۰۳

پ خیر زیرا عضو b و e تکراری است و عضو d در هیچ کدام قرار ندارد.

۶۹

مطلوب مسئله تعداد افزای یک مجموعه ۱۲ عضوی است به زیرمجموعه‌هایی که تعداد اعضایشان برابر است، یعنی:

$$۱۲ = ۱ + \dots + ۱ = ۲ + \dots + ۲ = ۳ + ۳ + ۳ + ۳ = ۴ + ۴ + ۴ = ۶ + ۶$$

که تعداد حالات برابر است با:

$$۱ + ۱ + \frac{۱۲!}{۲!^6 \times ۶!} + \frac{۱۲!}{۳!^4 \times ۴!} + \frac{۱۲!}{۴!^3 \times ۳!} + \frac{۱۲!}{۶!^2 \times ۲!}$$

پاسخ سؤالات ۷۰ تا ۷۲

۷۰

$$\begin{aligned} (A \cup B) - (B \cup C) &= (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C') \\ &= [(A \cup B) \cap B'] \cap C' = [(A \cap B') \cup (B \cap B')] \cap C' \\ &= [(A \cap B') \cup \emptyset] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C \end{aligned}$$

۷۱

$$A \cap (A \cup B) = (A \cup \emptyset) \cap (A \cup B) = A \cup (\emptyset \cap B) = A \cup \emptyset = A$$

۷۲

$$\left. \begin{aligned} \{ x \subseteq A \\ x \subseteq A' \Rightarrow (x \cap x) \subseteq (A \cap A') \Rightarrow x \subseteq \emptyset \} \Rightarrow x = \emptyset \end{aligned} \right\}$$

$\emptyset \subseteq x$  از طرفی می‌دانیم

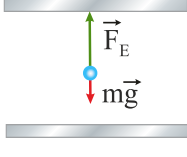
ابتدا اندازه نیروهای وارد بر ذره باردار را محاسبه می‌کنیم.

$$F_E = E |q| \xrightarrow{E = \frac{|\Delta V|}{d}} F_E = \frac{10}{5 \times 10^{-2}} \times 1 \times 10^{-6} = 16 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$W = mg = 10 \times 10^{-6} \times 10 = 1 \times 10^{-6} \text{ N}$$

چون بار ذره منفی است، جهت نیروی الکتریکی وارد از طرف میدان الکتریکی به آن به سمت بالا خواهد شد.

از طرفی چون اندازه نیروی الکتریکی از وزن ذره بیشتر است، ذره به سمت بالا یعنی صفحه مثبت حرکت می‌کند. با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = K_f - K_i$$

$$W_{mg} + W_E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow -mgd + F_E d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow -10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10 \times 10^{-2} + 16 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} v^2$$

$$\Rightarrow 2/4 = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2/4} \text{ m/s}$$

چون تنها نیروی مؤثر وارد بر الکترون در مسیر حرکت، نیرویی است که از سوی میدان الکتریکی یکنواخت بر آن وارد می‌شود، باتوجه به قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow W_E = K_B - K_A$$

از آنجایی که ذره متوقف می‌شود، انرژی جنبشی نهایی آن صفر است. همچنین کار نیروی الکتریکی وارد بر ذره برابر با قرینه تغییر انرژی پتانسیل ذره است:

$$V_A - V_B = 0/5 \text{ V} \Rightarrow \Delta V = -0/5 \text{ V}$$

$$W_E = -K_A \xrightarrow{W_E = -\Delta U_E} \Delta U_E = K_A \Rightarrow q \Delta V = K_A \Rightarrow \Delta V = \frac{K_A}{q}$$

$$\Delta V = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{q} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times 10^{-30} \times v^2}{-1/6 \times 10^{-19}} = -0/5 \text{ V} \Rightarrow v^2 = 16 \times 10^{-12} \Rightarrow v = 4 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

طبق رابطه  $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$  می‌توان نوشت:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_B - 15 = \frac{-50}{+5}$$

$$\Rightarrow V_B - 15 = -10 \Rightarrow V_B = 5 \text{ V}$$

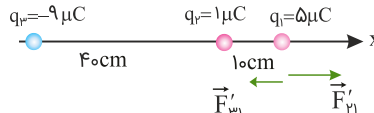


اگر بار  $q_1$  در حال تعادل باشد، نیروی خالص وارد بر آن صفر است؛ پس داریم:

$$F_{\cancel{31}} = F_{\cancel{21}} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_3|}{(\cancel{r}_0 + x)^2} = k \frac{|q_1| |q_2|}{\cancel{r}_0^2} \Rightarrow \frac{9}{(\cancel{r}_0 + x)^2} = \frac{1}{\cancel{r}_0^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{r}_0}{\cancel{r}_0 + x} = \frac{1}{\cancel{r}_0} \Rightarrow x = \cancel{r}_0 - \cancel{r}_0 = \cancel{r}_0 \text{ cm}$$

پس از جابه‌جایی بار  $q_2$ ، شکل به صورت زیر درمی‌آید:



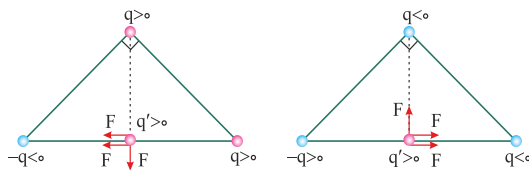
$$F'_{\cancel{31}} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{\cancel{31}}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{0.2^2} = 1/62 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}'_{\cancel{31}} = -1/62 \vec{i}$$

$$F'_{\cancel{21}} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{\cancel{21}}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{0.1^2} = 4/5 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}'_{\cancel{21}} = 4/5 \vec{i}$$

بنابراین:

$$\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}'_{\cancel{21}} + \vec{F}'_{\cancel{31}} = 2/8 \vec{i}$$

چون مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، بنابراین فاصله هر سه رأس آن تا وسط وتر برابر است. از طرفی اگر بار  $q$  و  $q'$  همنام باشند (مثلاً هر دو مثبت باشند)، مطابق شکل زیر خواهد بود و در نتیجه بردار نیروی الکتریکی برآیند هم‌جهت با بردار  $\vec{j} - 2\vec{i}$  می‌شود. اگر بارهای  $q$  و  $q'$  ناهمنام باشند، جهت نیروی برآیند برعکس شده موازی با بردار  $\vec{j} + 2\vec{i}$  می‌شود.



با استفاده از حالت مقایسه‌ای قانون کولن، داریم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \lambda \times \cancel{r}^2 = 12\lambda$$

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow 2/7 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(r)^2}$$

$$\Rightarrow r = 0.2 \text{ m}$$

$$|q'| = |q| - 0.3|q| = 0.7|q|, r' = r + \frac{25}{100}r \Rightarrow r' = \frac{5}{4}r$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{|q'|}{|q|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{0.7|q|}{|q|} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{7}{10} \times \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{56}{125} = 0.448$$

چون میدان بار  $q$  مثبت است بنابراین قطره جوهر، الکترون از دست داده است و تعداد آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q = 2 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow q = n \times e \Rightarrow 2 \times 10^{-9} = n \times 1/6 \times 10^{-19}$$

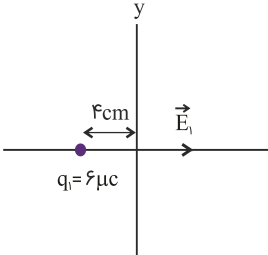
$$\Rightarrow n = \frac{2 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 125 \times 10^8$$

اگر میدان الکتریکی حاصل از هریک از این بارها در مرکز دایره را به ترتیب  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$ ،  $\vec{E}_3$  و  $\vec{E}_4$  بنامیم، خواهیم داشت:

$$\text{میدان کل} = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 0$$

$$\vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = -\vec{E}_1$$

نتیجه فوق به ما می‌گوید که میدان الکتریکی حاصل از چهار بار باقیمانده هم‌اندازه و در خلاف جهت میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_1$ ، است. بنابراین باید میدان الکتریکی  $q_1$  را در مرکز دایره محاسبه کرده و آن را قرینه کنیم:



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(4 \times 10^{-2})^2} = 3/375 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_1 = 3/375 \times 10^7 \vec{i}$$

$$\vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = -\vec{E}_1 = -3/375 \times 10^7 \vec{i} \text{ (N/C)}$$

برای محاسبه اندازه بار  $q$ ، ابتدا بزرگی میدان الکتریکی را در هر دو فاصله محاسبه می‌کنیم. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله ۵ متری برابر است با:

$$|\vec{E}_1| = \sqrt{(6 \times 10^3)^2 + (8 \times 10^3)^2} = \sqrt{36 \times 10^6 + 64 \times 10^6} = \sqrt{100 \times 10^6} = 10 \times 10^3 \text{ N/C}$$

و در فاصله ۱۰ متری:

$$|\vec{E}_2| = \sqrt{(2 \times 10^3)^2 + (1/5 \times 10^3)^2} = \sqrt{4 \times 10^6 + 2/25 \times 10^6} = \sqrt{6/25 \times 10^6} = 2/5 \times 10^3 \text{ N/C}$$

با استفاده از رابطه میدان الکتریکی  $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، برای هر دو فاصله داریم:

برای فاصله ۵ متری:

$$10 \times 10^3 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{5^2}$$

$$|q| = \frac{10 \times 10^3 \times 25}{9 \times 10^9} = \frac{250 \times 10^3}{9 \times 10^9} = \frac{250}{9} \times 10^{-6} \text{ C}$$

برای فاصله ۱۰ متری:

$$2/5 \times 10^3 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{10^2}$$

$$|q| = \frac{2/5 \times 10^3 \times 100}{9 \times 10^9} = \frac{250 \times 10^3}{9 \times 10^9} = \frac{250}{9} \times 10^{-6} \text{ C}$$

هر دو محاسبه باید به یک نتیجه برسند، بنابراین اندازه بار  $q$  برابر با  $\frac{250}{9} \times 10^{-6}$  میکروکولن است. با بررسی دقیق‌تر، می‌توان نتیجه گرفت که اندازه بار  $q$  در حدود  $27/78 \mu\text{C}$  است.

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2}$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 18 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{|-1 \times 10^{-6}|}{(30 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 1 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_t = 18 \times 10^6 \vec{i} - 1 \times 10^6 \vec{i} = 17 \times 10^6 \vec{i} \frac{N}{C}$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^9 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_1 = 5 \times 10^9 \text{ N/C } \vec{i}$$

$$\vec{E}_2 = 5 \times 10^9 \text{ N/C } \vec{j}$$

$$\vec{E}_A = 5 \times 10^9 \text{ N/C } \vec{i} + 5 \times 10^9 \text{ N/C } \vec{j}$$

در یک میدان الکتریکی یکنواخت:  
 - خطوط میدان به صورت موازی و با فاصله‌های مساوی از یکدیگر قرار دارند.  
 - جهت خطوط میدان ثابت است و در سراسر میدان تغییر نمی‌کند.  
 - تراکم خطوط میدان در همه جا یکسان است، که نشان‌دهنده ثابت بودن شدت میدان الکتریکی است.

طبق رابطه زیر اگر بار ذخیره‌شده در خازن ۳۰ درصد افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن هم ۳۰ درصد افزایش می‌یابد.

$$Q = CV$$

$$\begin{cases} V_2 = 1/3 V_1 \\ Q_2 = 1/3 Q_1 \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\Delta V = 3V \Rightarrow V_2 - V_1 = 3 \Rightarrow 2/3 V_1 = 3 \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 10 \text{ V} \\ V_2 = 13 \text{ V} \end{cases}$$

باتوجه به رابطه انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} \times 20 \times (169 - 100) = 690 \mu\text{J} = 0.69 \text{ mJ}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

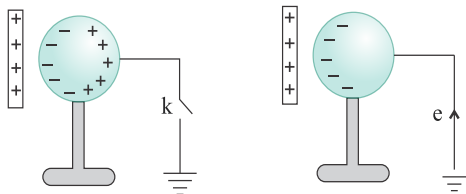
$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 160000$$

$$\Rightarrow U = 0.8 \text{ J}$$

فروریزش الکتریکی

آونگ (۱)، چون چگالی سطحی بار در نقاط نوک تیز بیشتر است.

بار مثبت نمی‌تواند حرکت کند، بنابراین الکترون‌ها در سمت چپ کره رسانا تجمع می‌کنند. با بسته شدن کلید  $k$ ، میله با بار مثبت الکترون‌ها را از زمین به سمت کره رسانا جذب می‌کند؛ بنابراین بار منفی، از زمین به جسم منتقل می‌شود.



بار دو کره رسانای مشابه بعد از تماس:

$$Q'_A = Q'_B = \frac{Q_A + Q_B}{2} = \frac{+12 - 6}{2} = +3 \mu C$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{|\sigma'_B|}{|\sigma_A|} = \frac{|Q'_B|}{|Q_A|} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \xrightarrow{r_A=r_B} \frac{|\sigma'_B|}{|\sigma_A|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

با داشتن  $C$  و  $\Delta Q$ ، به صورت زیر  $V_1$  را می‌یابیم. دقت کنید برای محاسبه  $Q_1$  به  $V_1$  نیاز داریم.

$$\Delta V = V_2 - V_1 \xrightarrow{V=\frac{Q}{C}} \Delta V = \frac{Q_2}{C} - \frac{Q_1}{C}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta Q}{C} \xrightarrow{C=6 \mu F, V_2=30 V, \Delta Q=48 \mu C} 30 - V_1 = \frac{48}{6} \Rightarrow V_1 = 22 V$$

با داشتن  $C$  و  $V_1$ ، بار الکتریکی  $Q_1$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q_1 = CV_1 = 6 \times 22 \Rightarrow Q_1 = 132 \mu C$$

طبق آنچه سؤال گفته، خازن در حین خارج کردن دی‌الکتریک، متصل به باتری باقی می‌ماند؛ پس اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت خواهد ماند:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{V=\text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \quad (*)$$

با خارج کردن دی‌الکتریک، طبق رابطه ظرفیت خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad (**)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*), (**)} \xrightarrow{Q_1=Q_2+9 (\mu C)} 0.25 = \frac{Q_2}{Q_2+9} \Rightarrow Q_2 = 3 \mu C$$

در نتیجه داریم:

$$C_2 = \frac{Q_2}{V} = \frac{3 \times 10^{-6}}{150} = 20 \times 10^{-9} F = 20 nF$$

باتوجه به اینکه خازن از باتری جدا شده است، بار ذخیره شده در خازن ثابت است.

$$\begin{cases} q_2 = q_1 \\ C_2 = 5 C_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{q_2}{C_2}}{\frac{q_1}{C_1}} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{C_1}{C_2} = 1 \times \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{5} = \frac{25}{5} = 5 V$$

الف

به کمک رابطه ظرفیت خازن ( $C = \frac{q}{\Delta V}$ ) و رابطه اختلاف پتانسیل در میدان یکنواخت ( $\Delta V = Ed$ ) می‌توان اندازه میدان الکتریکی را حساب نمود

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{Ed} \Rightarrow 1 \times 10^{-6} = \frac{5 \times 10^{-6}}{E \times 2 \times 10^{-3}} \Rightarrow E = 2500 V/m$$

$$\Rightarrow E_A = E_B = 2500 V/m$$

ب

$$\Delta V_{AB} = Ed \Rightarrow \Delta V_{AB} = 2500 \times 1 \times 10^{-3} = 2/5 V$$

الف

ظرفیت خازن را به کمک رابطه  $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$  بدست می‌آوریم:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C = 9 \times 10^{-12} \times \frac{4 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow C = 18 \times 10^{-13} F$$

ب

به کمک رابطه  $V = Ed$  می‌توان اختلاف پتانسیل دو سر خازن را حساب نمود:

$$V = Ed \Rightarrow V = 500 \times 2 \times 10^{-3} = 1 V$$

باتوجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی میزان بار الکتریکی شارش شده در مدار در مدت ۶۰ دقیقه (۱ ساعت) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = q \Delta V$$

$$5/4 = q \times 3 \Rightarrow q = 1/8 C$$

سپس می‌توان طبق رابطه  $\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، جریان الکتریکی متوسط را به دست آورد:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{1/8}{3600} = 0/5 \times 10^{-3} A = 0/5 mA$$

پاسخ سؤال ۹۹

رئوسنا

$$q = ne \Rightarrow ne = It \Rightarrow n \times 1/6 \times 10^{-19} = 36 \times 10^{-3} \times 5 \times 60$$

$$q = It$$

$$\Rightarrow n = \frac{36 \times 10^{-3} \times 5 \times 60}{1/6 \times 10^{-19}} = 6/75 \times 10^{19} \text{ الکترون}$$

$$q = 200 \mu\text{A} \cdot \text{min} = 200 \times 10^{-6} \times 120 = 24 \times 10^{-3} \text{ C}$$

اکنون جریان عبوری را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{24 \times 10^{-3}}{2 \times 60} = 2 \times 10^{-4} \text{ A}$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \frac{3 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4}} = 15 \Omega$$

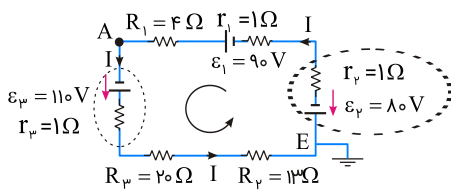
طول این سیم برابر با مجموع محیط این حلقه‌ها است ( $L = n(2\pi r')$ ). شعاع مقطع سیم، نصف قطر آن و برابر با ۱ میلی‌متر است ( $r = 1 \text{ mm}$ ). مقاومت این سیم برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{L=9(2\pi \times 6 \times 10^{-2}), A=\pi r^2} R = \lambda \times 10^{-5} \times \frac{9 \times 2 \times \pi \times 6 \times 10^{-2}}{\pi \times (10^{-3})^2} = 18 \Omega$$

جریان عبوری از سیم برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow V = IR = 1/5 \times 18/4 = 139/6 \text{ V}$$

اگر هر باتری را مستقل در نظر بگیریم، جریان الکتریکی از قطب مثبت به منفی آن باتری خواهد بود؛ لذا در باتری‌های ۹۰ و ۱۱۰ ولتی جریان پادساعت‌گرد و در باتری ۸۰ ولتی ساعت‌گرد است.



چون مجموع نیروی محرکه‌هایی که جریان پادساعت‌گرد تولید می‌کنند بیش از مجموع نیروی محرکه‌هایی است که جریان ساعت‌گرد تولید کرده‌اند؛ پس جریان در مدار، خلاف جهت عقربه‌های ساعت است. با توضیح داده‌شده، جریان در مدار از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R + \sum r} = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2}{(R_1 + R_2 + R_3) + (r_1 + r_2 + r_3)}$$

$$\Rightarrow I = \frac{90 + 110 - 80}{(4 + 13 + 20) + (1 + 1 + 1)} = \frac{120}{40} = 3 \text{ A}$$

در یک جهت دلخواه از A تا E را در مدار طی می‌کنیم. چون نقطه E به زمین متصل است:  $V_E = 0$ ؛ پس:

$$\begin{aligned} V_A + \varepsilon_3 - I r_3 - I R_3 - I R_2 &= V_E = 0 \\ \Rightarrow V_A &= -110 + (3 \times 1) + (3 \times 20) + (3 \times 13) \\ \Rightarrow V_A &= -110 + 102 = -8 \text{ V} \end{aligned}$$

یادآوری:

\* اگر از پایانه منفی به مثبت باتری برویم، پتانسیل الکتریکی به اندازه نیروی محرکه زیاد می‌شود و برعکس.  
\* اگر در جهت جریان از یک مقاومت عبور کنیم؛ پتانسیل الکتریکی به اندازه IR کم می‌شود و برعکس.

طبق تعریف اختلاف پتانسیل داریم:

$$V_E - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 0 - (-8) = \frac{\Delta U}{-1 \mu\text{C}} \Rightarrow \Delta U = -64 \mu\text{J}$$

یعنی 64 کیلوژول انرژی آزاد می‌شود.

وقتی اختلاف پتانسیل دو سر یک دیود نور گسیل (LED) را از صفر به تدریج افزایش می‌دهیم، جریان عبوری از آن ابتدا صفر است و پس از رسیدن به ولتاژ خاصی، به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. این رفتار به دلیل خاصیت نیمه‌رسانایی دیود است که تا زمانی که ولتاژ به مقدار آستانه نرسد، جریانی از آن عبور نمی‌کند.

ابتدا اختلاف پتانسیل نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

$$U_A - U_B = (V_A - V_B)q \xrightarrow[q=-15\mu\text{C}]{U_A - U_B = 82/5\mu\text{J}} V_A - V_B = \frac{82/5}{-15} = -5/5 \text{ V}$$

باتوجه به اینکه  $V_A < V_B$  است، بنابراین نقطه B به پایانه مثبت باتری متصل است. اکنون با استفاده از قانون اهم و رابطه جریان عبوری در مدار تک حلقه داریم:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{R + r} \\ V &= RI \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{R + r} \xrightarrow[R=4\Omega]{V=5/5\text{V}, \varepsilon=11\text{V}} 5/5 = \frac{11 \times r}{4 + r} \Rightarrow 4 + r = 11 \Rightarrow r = 7 \Omega$$

یعنی از هر ۱۰۰ گرم از این کانه، ۷۰ گرم آن را هماتیت و ۳۰ گرم آن را موادی دیگر تشکیل می‌دهد.

۱۰۶

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار ماده خالص}}{\text{مقدار نمونه ناخالص}} \times ۱۰۰$$

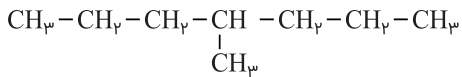
۱۰۷

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

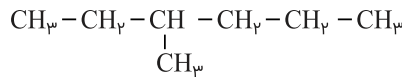
۱۰۸

$$\text{بازده درصدی} = \frac{۲۲/۴ \text{ g Fe}}{۲۸ \text{ g Fe}} \times ۱۰۰$$

۱۰۹



۴- متیل هپتان

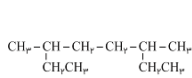


۳- متیل هگزان

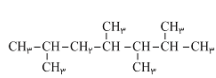
۱۱۰

$$\begin{aligned} ? \text{ g Cu} &= ۸/۱ \text{ g Al ناخالص} \times \frac{۹۰ \text{ g Al خالص}}{۱۰۰ \text{ g Al ناخالص}} \\ &\times \frac{۱ \text{ mol Al}}{۲۷ \text{ g Al}} \times \frac{۳ \text{ mol Cu}}{۲ \text{ mol Al}} \times \frac{۶۴ \text{ g Cu}}{۱ \text{ mol Cu}} \\ &= ۲۵/۹۲ \text{ g Cu} \end{aligned}$$

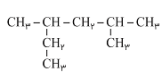
۱۱۱



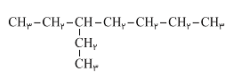
۳، ۴، ۶- دی متیل اوکتان



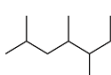
۲، ۳، ۴، ۶- تترا متیل هپتان



۲، ۴- دی متیل هگزان



۳- اتیل هپتان



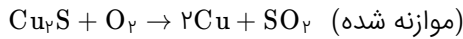
۲، ۴، ۵- تری متیل هپتان



۲، ۴- دی متیل پنتان

۱۱۲





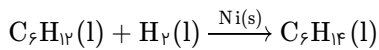
$$\begin{aligned} ? \text{ kg Cu} &= 400 \text{ kg Cu}_2\text{S} \times \frac{\text{خالص } 85 \text{ kg Cu}_2\text{S}}{\text{خالص } 100 \text{ kg Cu}_2\text{S}} \\ &\times \frac{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}}{159/17 \text{ g Cu}_2\text{S}} \times \frac{2 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}} \times \frac{63/55 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \\ &= 271/50 \text{ kg Cu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{در این واکنش گاز گوگرد دی‌اکسید تولید می‌شود که جزو آلاینده‌های هواست و هنگام بارش باران، تولید باران اسیدی می‌کند و با نفوذ در خاک سبب فرسایش خاک و نابودی آن می‌شود. همچنین بر سنگ‌بناها و مواد فلزی اثر کرده سبب خوردگی آن‌ها خواهد شد.} \\ \text{بازده درصدی واکنش} &= \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \\ &= \frac{190/54 \text{ kg}}{271/50 \text{ kg}} \times 100 = 70/18\% \end{aligned}$$

در این واکنش گاز گوگرد دی‌اکسید تولید می‌شود که جزو آلاینده‌های هواست و هنگام بارش باران، تولید باران اسیدی می‌کند و با نفوذ در خاک سبب فرسایش خاک و نابودی آن می‌شود. همچنین بر سنگ‌بناها و مواد فلزی اثر کرده سبب خوردگی آن‌ها خواهد شد.

پاسخ سؤالات ۱۱۵ تا ۱۱۶

به این دو مایع مقداری برم می‌افزاییم، تغییر رنگ به معنای انجام واکنش برم و مایع (۱- هگزان) می‌باشد.



گازهای نجیب به دلیل داشتن الیه ظرفیت کامل تمایلی برای شرکت در واکنش ندارند.

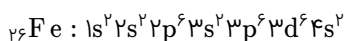
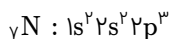
در یک دوره واکنش پذیری فلزات کم و واکنش پذیری نافلزات زیاد می‌شود.

در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست از خاصیت فلزی کاسته و به خاصیت نافلزی افزوده می‌شود. در گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ عنصرهای بالاتر پائین‌تر خاصیت نافلزی بیشتری دارند زیرا از بالا به پایین خاصیت نافلزی زیاد می‌شود.

Sr (استرانسیم)؛ چون شعاع اتمی بزرگتری دارد پس تمایل به از دست دادن الکترون بیشتر است.

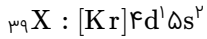
بله. شعاع اتمی پتاسیم بزرگتر از سدیم و لیتیم است و طبق تصویر صفحه قبل واکنش‌پذیری آن نیز بیشتر است بنابراین با بزرگتر شدن اندازه اتم، خاصیت فلزی بیشتر و تمایل به از دست دادن الکترون بیشتر می‌شود.

پتاسیم، زیرا در گروه پایین‌تر است و خلصت فلزی یعنی تمایل به از دست دادن الکترون بیشتری دارد و در نتیجه آسان‌تر الکترون می‌دهد.



۱۲۳

عصری که دو الکترون از دست داده و آرایش آن به  $3p^6$  ختم شود، در گروه دوم و دوره چهارم قرار دارد. پس عنصر مورد نظر ما،  $Ca$  ۲۰ است. اولین عنصر دسته  $d$  دوره پنجم:



اختلاف آن‌ها، ۱۹ واحد است.

$$39 - 20 = 19$$

پاسخ سؤال ۱۲۴

۱۲۴

۱- افزون بر تشکیل پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه‌گانه را با خود و برخی اتم‌های دیگر دارد. ۲- توانایی تشکیل زنجیرها و حلقه‌های کربنی در اندازه‌های گوناگون را دارد.

پاسخ سؤالات ۱۲۵ تا ۱۲۶

۱۲۵

۲ لایه و ۳ زیرلایه

۱۲۶

سه‌گانه - دوگانه

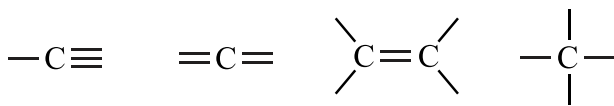
پاسخ سؤال ۱۲۷

۱۲۷

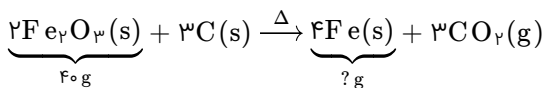
واکنش در صورتی انجام می‌شود که واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها بیشتر باشد یعنی مواد با انجام واکنش‌های شیمیایی به حالت پایدارتر با واکنش‌پذیری کمتر می‌رسند. واکنش ۱ انجام می‌شود زیرا واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است. واکنش ۲ انجام نمی‌شود زیرا واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

۱۲۸

چهار پیوند یگانه، یک پیوند دوگانه و دو پیوند ساده؛ یا دو پیوند دوگانه، یک پیوند سه‌گانه و یک پیوند یگانه



۱۲۹



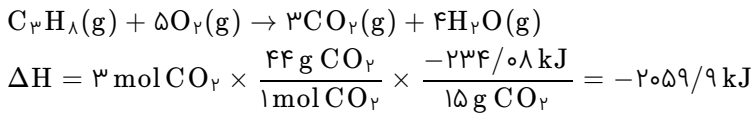
$$?g Fe = 40g Fe_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160g Fe_2O_3} \times \frac{4 \text{ mol } Fe}{2 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{56g Fe}{1 \text{ mol } Fe} = 28g Fe$$

۱۳۰

ابتدا مقدار گرمایی که دمای آب را افزایش داده حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = 2000 \times 4/18 \times (43 - 15) = 234080 \text{ J} = 234/08 \text{ kJ}$$

هنگامی که 15 g کربن دی‌اکسید تولید شده 234/08 kJ گرما نیز تولید شده است. باتوجه به معادله موازنه‌شده واکنش  $\Delta H$  را حساب می‌کنیم.



$$? \text{ kJ} = 9/2 \text{ g C}_3\text{H}_8\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8\text{OH}}{46 \text{ g C}_3\text{H}_8\text{OH}} \times \frac{-1368 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8\text{OH}} = -273/6 \text{ kJ} = 273600 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 273600 = 2000 \times 4/2 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 32/5^\circ\text{C}$$

۱۳۱

$$\text{جرم اتانول} = 120 \text{ mL} \times \frac{0/8 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 96 \text{ g}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 96 \times 2/46 \times (40 - 13) = 6376/32 \text{ J} \approx 6/37 \text{ kJ}$$

۱۳۲

چون هر دو نمونه در دمای  $0^\circ\text{C}$  قرار دارند و دمای آن‌ها یکسان است، میانگین تندی مولکول‌ها نیز در آن‌ها یکسان است.

الف ۱۳۳

مقدار نمونه B دو برابر نمونه A است و ظرفیت گرمایی آن نیز دو برابر خواهد بود.

ب

$$Q = \text{ظرفیت گرمایی} \times \Delta\theta$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow A \times \text{ظرفیت گرمایی} \times \Delta\theta_A = B \times \text{ظرفیت گرمایی} \times \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \frac{A \times \text{ظرفیت گرمایی}}{B \times \text{ظرفیت گرمایی}} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{(\theta_{v,B} - 0)}{(27 - 0)} \Rightarrow \theta_{v,B} = 13/5^\circ\text{C}$$

$$m = 1/12 \text{ L O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ L O}_2} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 1/6 \text{ g O}_2$$

$$Q = mc\Delta\theta = 1/6 \text{ g} \times 0/92 \times (30 - 0) = 44/16 \text{ J}$$

پ